VII.

Die Regulirung der Blutbewegung im Gehirn.

Von Dr. Benno Lewy,
Assistenzarzt an der internen Poliklinik des jüdischen Krankenhauses zu Berlin.

(Hierzu Taf. V.)

Im 119. Bande dieses Archivs ist von Herrn Dr. Richard Geigel ein Aufsatz „Ueber die Circulation im Gehirn und ihre Störungen" veröffentlicht worden[1]). Es handelt sich in demselben um die bekannte Frage, welchen Einfluss der Umstand, dass sich das Gehirn in einer geschlossenen, unausdehnbaren Kapsel befindet, auf die Blutbewegung in ihm ausübt, insbesondere handelt es sich um die Frage: „Giebt es eine arterielle Hyperämie im Gehirne? und wie kommt sie zu Stande?"

Dieses Problem wird namentlich in den Lehrbüchern der speciellen Chirurgie beim Abschnitte, der von den Schädelverletzungen handelt, eingehend besprochen. Ich glaube es daher am besten dadurch zu kennzeichnen, dass ich aus einem dieser Lehrbücher, und zwar aus dem „Lehrbuche der Chirurgie" von Professor Albert, Wien, die betreffende Stelle, soweit sie für uns in Betracht kommt, hier anführe (Bd. I. S. 80 ff.). Es heisst daselbst:

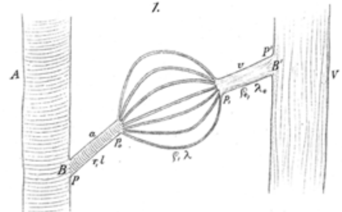
„Die Thatsache, dass der Schädel eine starre unnachgiebige Wandung besitzt, hat schon Al. Monroe den jüngeren zu der Ansicht verleitet, dass die Blutmenge im Schädel unter allen Umständen, im gesunden und kranken Zustande, eine constante sei; nur wenn aus den Gefässen Serum oder eine andere Materie austrete, entfalle ein gleich grosses Quantum an Blut, welches durch die Venen abfliesse. . . . . Diese Argumentationen versuchte man durch directe Beobachtung zu prüfen. Vor allen hat Donders in directester Weise beobachtet. Es wurde ein Ka-

[1]) Als besondere Monographie veröffentlicht unter dem Titel: „Die Mechanik der Blutversorgung des Gehirns". Stuttgart.

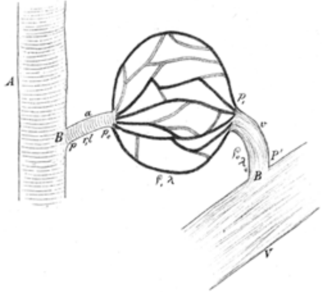
3.

4.

1.



2.



5.

6.

7.

Albert Schütze Lith. Inst. Berlin.

ninchen trepanirt und in der Trepanationslücke ein Glasfensterchen luftdicht befestigt.

„Wenn man dem Kaninchen Nase und Mund durch 10 Secunden zuhielt, so wurde eine deutliche Zunahme der Röthung der Pia wahrgenommen; ja mit dem Mikroskope konnten auch die Zunahmen und Abnahmen der Dickendurchmesser einzelner Venen beobachtet werden, je nachdem man den Exspirationsdruck erhöht oder durch Blutentziehung den Blutdruck vermindert hatte. Einer so unmittelbar angeschauten Thatsache gegenüber musste man sofort daran denken, durch welche Einrichtung dem Plus an Blutquantum Raum geschafft werde. Es wurde bald die Annahme gemacht, dass die von Magendie entdeckte Cerebrospinalflüssigkeit den Ausgleich besorge, indem von derselben ebenso viel in den Rückgrahtskanal abströmt, als Blut in die Schädelhöhle zuströme. Nun war es begreiflich, wieso das Gehirn bei Systole des Herzens die kleinen pulsatorischen Schwankungen, bei Exspiration die grösseren respiratorischen Hebungen zeige. Während des einen und des anderen ist die Blutmenge im Schädel grösser — dafür entweicht ein Theil des Liq. csp. in die Rückgrahtshöhle — das Gehirn dehnt sich vermöge der stärkeren Blutfülle aus und erzeugt das Phänomen der Hirnpulsation. . . . .

„Die Pulsationen der Gehirnarterien finden unzweifelhaft statt — Puls der A. centralis retinae, ebenso kann man, wenn die Carotis knapp am Eintritte in den Schädel unterbunden wird, sehen, dass das Gehirnende pulsirt. . . . . Dass der Liq. csp. gewiss aus dem Schädel in die Rückgrahtshöhle fliesst und umgekehrt, davon kann man sich durch den Anblick der Membr. atlant. post. überzeugen (das Phänomen ist, wie ich auch sah, höchst schlagend). . . .

„Wenn wir nun unter Zuhülfenahme dieser Vorstellungen die Verhältnisse der allgemeinen Circulationsanomalien im Schädel erwägen, so kommen wir zu der überraschenden Deduction, dass die Hirnhyperämie in ihren Folgen von der Hirnanämie fast gar nicht abweichen könne. Ueberlegen wir zunächst die Stauungshyperämie. Wenn der Abfluss des venösen Blutes aus der Schädelhöhle gehemmt ist, so wächst der Widerstand gegen das Eindringen des arteriellen Blutes, so dass schliesslich eine arterielle Anämie entsteht. . . .

„Für die arterielle Hyperämie sind zwar keine genauen experimentellen Versuche angestellt worden; aber folgende Deductionen Althann's [1]) werfen ein merkwürdiges Licht darauf. Die Schädelrückgrahtshöhle kann sich dem Zuwachs an Blutmengen nur bis zu einem gewissen Grade anpassen. Wenn nehmlich die Ligamente der Wirbelsäule zu einem gewissen Grade gespannt sind, so wird bei ihrer Stärke der Blutdruck nicht mehr im Stande sein, eine weitere Ausdehnung hervorzubringen; es entsteht nun ein höherer Druck in der Schädelrückgrahtshöhle. Dadurch werden die feinsten Capillaren comprimirt, ihr Durchmesser verengt. Da nach Poisseuille [2]) die Ausflussmengen in den Capillaren sich so verhalten, wie die vierten Potenzen ihrer Durchmesser, so wird, wenn der Durchmesser dreimal geringer geworden ist, die durchströmende Menge $3^4 = 81$ mal geringer werden. Mit der Compression der Capillaren nimmt also die durchströmende Menge des Ernährungsmaterials in rapider Progression ab, und der Endeffect ist schliesslich derselbe, wie bei Gehirnanämie."

Die entsprechende Stelle bei Althann selbst, dessen Werk eigentlich nur compilatorischer Art ist und recht wenig eigenes bietet, stimmt mit dem Albert'schen Citate durchaus zusammen. Aus der von mir zu gebenden Entwickelung wird hervorgehen, worin der Fehler dabei liegt.

Dagegen, dass die Behinderung des venösen Abflusses Verminderung der arteriellen Zufuhr, also arterielle Anämie zur Folge hat, lässt sich nichts einwenden; dies Gesetz gilt für alle Organe, das Gehirn würde daher hiermit keine Abweichung zeigen. Ebenso ist klar, dass äusserer Druck, z. B. der Aufenthalt eines Fremdkörpers im Inneren des Schädelraumes, die Depression eines Knochens u. s. w. sämmtliche Hirngefässe (Arterien, Venen, Capillaren, Lymphbahnen) zusammenpressen muss, und somit arterielle Anämie bedingt; auch dies ist nichts anderes, als was wir bei anderen Organen finden. Die Abweichung zeigt sich erst, wenn man erwägt, was eine spontane Erweiterung einer Hirn-

[1]) Althann, Beitr. zur Phys. u. Path. der Circul. Dorpat 1871.

[2]) J. L. M. Poisseuille, Recherches sur le mouvement des liquides dans les tubes de très-petit diamètre. Comptes rendus 1840 und in Poggendorff's Annalen der Physik 1842.

arterie zur Folge haben muss. In den übrigen Körperorganen, z. B. im Darme, hat die auf irgend eine Weise erfolgende Erweiterung einer Arterie Vermehrung der arteriellen Zufuhr zur Folge. Im übrigen Körper, abgesehen von den Knochen, kann sich jede Arterie ganz frei erweitern, ohne dass anderen Gefässen dadurch Raum weggenommen würde. Im Gehirn liegt die Sache offenbar anders. Eine Arterie, welche sich hier erweitert, beansprucht Raum; dieser Raum kann nur durch Compression anderer Theile geliefert werden und es fragt sich sehr, ob dabei eine Vermehrung der Blutzufuhr herauskommt oder nicht. Wir werden, wie dies Althann thut, annehmen können, dass wenn eine Arterie sich erweitert in entsprechendem Maasse Capillaren und Venen comprimirt, also verengert werden; in der That kann ja dadurch der genügende Raum geschaffen werden. Es ist die Frage, ob durch das ganze System: Arterie + Capillaren + Vene mehr oder weniger Blut als vor der Erweiterung strömt.

Althann beantwortet diese Frage dahin, dass weniger Blut in der Zeiteinheit hindurchströme, dass also eine arterielle Hyperämie des Gehirns unmöglich sei.

In der Eingangs erwähnten Arbeit sucht nun Geigel nachzuweisen, dass die Verengerung der Hirnarterien zu arterieller Hirnhyperämie, ihre Erweiterung zu Anämie führe. Der Verfasser möge es mir gestatten, die wichtigste Stelle aus seinem Aufsatze hier wörtlich wiederzugeben. Da ich in wesentlichen Punkten von seinen Ansichten abweiche und seine Arbeit mit einer bewundernswerthen Knappheit geschrieben ist, so fürchte ich, dass eine Verkürzung der von ihm gegebenen Entwickelung zu Missverständnissen Anlass geben könnte.

Geigel geht davon aus, dass es sich bei der Frage der arteriellen Hyperämie und Anämie des Gehirns nicht um die absolute Menge des augenblicklich im Gehirne vorhandenen Blutes handle, sondern um die Durchfluthung mit Blut, also um die Strömungsgeschwindigkeit. Es heisst dann bei ihm:

„Es geht demgemäss mein Vorschlag dahin, die regelrecht vor sich gehende Durchfluthung der Gehirncapillaren mit arteriellem Blute als Eudiämorrhysis zu bezeichnen; Störungen dieser Grösse im negativen Sinne wäre als Adiämorrhysis (wahre Anaemia cerebri im älteren Stile), solche im positiven Sinne als

Hyperdiämorrhysis des Gehirns (wahre Hyperaemia cerebri) zu bezeichnen.

„Die Schnelligkeit des Blutkreislaufs in den Capillaren des Gehirns wollen wir mit g bezeichnen; sie ist direct proportional dem arteriellen Drucke a und umgekehrt proportional dem Widerstande, der sich der Strömung des Blutes entgegensetzt. Diesen Widerstand wollen wir ganz allgemein mit w bezeichnen. Es ist also

$$1)\qquad g = \frac{a}{w}.$$

„Wie gross dieser Widerstand ist, kann unerörtert bleiben. Jedenfalls ist er direct abhängig von der Grösse des intracerebralen Druckes d; je mehr dieser wächst, desto mehr werden die Capillaren und Venen verengt, desto grösser wird der Widerstand, und umgekehrt. Es ist also ganz allgemein w eine Function von d, oder

$$2)\qquad w = f(d).$$

„Nun wäre, wenn der arterielle Druck z. B. bei frei in die Schädelhöhle mündenden Arterien sich einfach auf den incompressibeln Inhalt der ersteren fortsetzen würde, nach hydrostatischen Gesetzen der intracerebrale Druck gleich dem arteriellen Drucke, also $d = a$. Es stellt sich dieser Fortpflanzung des arteriellen Druckes auf den Inhalt der Schädelhöhle aber bekanntlich die Spannung der Arterienwand entgegen, und es ist, wie an sich vorauszusehen ist, überdies noch experimentell von Fick bewiesen ist, der Druck im geschlossenen Hohlraume gleich dem intraarteriellen Drucke, minus dem Widerstande, den die Spannung des Gefässes leistet. Es ist also

$$3)\qquad d = a - s,$$

wenn wir mit s die Spannung der Arterienwand bezeichnen.

„Aus den Gleichungen 1), 2) und 3) resultirt

$$4)\qquad g = \frac{a}{f(a-s)}.$$

„Es soll nun in einem zweiten Falle der arterielle Druck sich nicht geändert haben, die Spannung der Arterienwand aber nachgelassen, sich um x vermindert haben, dann würde für diesen Fall der neue Druck $a' = a$, die Spannung $s' = s - x$, der neue Hirndruck würde $= d'$, die neue Stromgeschwindigkeit $= g'$

zu setzen sein. Nach Gleichungen 1) und 2) hätten wir in diesem neuen Falle

$$g' = \frac{a'}{f(d')} = \frac{a'}{f(a' - [s - x])} = \frac{a'}{f(a - s + x)},$$

oder weil $a' = a$ angenommen wurde

$$g' = \frac{a}{f(a - s + x)}.$$

„Vergleicht man diese Gleichung mit der Gleichung 4), so ergiebt sich, dass im rechtsstehenden Quotienten nur der Nenner sich geändert hat, und zwar grösser geworden ist; der ganze Quotient und also auch g' ist demnach kleiner geworden, also

$$g' < g.$$

„Mit anderen Worten, die Strömungsgeschwindigkeit in den Capillaren ist kleiner geworden, ein Zustand von Adiämorrhysis ist eingetreten. Unseren gewöhnlichen landläufigen Vorstellungen nach hätte man das Gegentheil erwarten sollen. Jeder ist gewöhnt, bei einer Erweiterung der arteriellen Hirngefässe unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen auf eine Hyperaemia cerebri zu schliessen. Obiges Resultat giebt den Anschauungen von Althann vollkommen recht, der unter solchen Verhältnissen eine wahre Anämie des Gehirns postulirt.

„Es soll sich nun in einem anderen Falle wieder der arterielle Druck nicht ändern, also $a' = a$ bleiben, die Spannung a' soll grösser geworden sein: $s' = s + y$; es folgt dann die neue Geschwindigkeit des Blutes in den Capillaren:

$$g' = \frac{a'}{f(d')} = \frac{a'}{f(a' - s')} = \frac{a'}{f(a' - [s + y])} = \frac{a}{f(a - s - y)}.$$

Ein Vergleich mit Gleichung 4) ergiebt, dass rechts wieder nur der Nenner geändert und zwar diesmal kleiner geworden ist, der ganze Quotient, mithin auch g', ist gewachsen, also

$$g' > g.$$

„Hierdurch ist der positive Beweis erbracht, dass eine Steigerung der Blutgeschwindigkeit in den Capillaren, eine Hyperdiämorrhysis bewirkt werden kann, freilich durch ein Mittel, von dem es bisher Niemand geglaubt hätte, durch spastische Verengerung der Hirnarterien.“

Geigel hat in dieser Ausführung den Begriff der Spannung benützt, leider in einer nicht sehr klaren Weise. Spannung ist ein Begriff aus der Elasticitätslehre. Wenn auf einen elastischen Körper Kräfte wirken, welche seine Gestalt zu ändern streben, welche Verschiebungen der kleinsten Theilchen gegen einander bewirken, so leistet dem die Elasticität einen Widerstand, welchen man als elastische Kraft bezeichnet. Der Körper ändert seine Form so lange, bis die elastische Kraft den äusseren auf ihn wirkenden Kräften das Gleichgewicht hält. Diese elastische Kraft heisst dann die Spannung. Die Spannung ist also durchaus abhängig von den äusseren auf den Körper wirkenden Kräften; sie ist thatsächlich gleich der Resultirenden aus den auf den Körper wirkenden Kräften. Spricht man z. B. von der Spannung einer Saite, so ist damit das spannende Gewicht, etwa von 1^{kg} gemeint. Ist eine Saite durch das Gewicht 1^{kg} gespannt, so hat sie die Spannung 1^{kg}. Man ist daher durchaus nicht berechtigt ohne weiteres zu sagen, die Spannung der Arterienwand könne abnehmen oder zunehmen, falls man nicht zugleich etwas über die äusseren Kräfte aussagt, durch welche die Arterienwand gespannt wird.

Die Kraft der Arterienmusculatur, welche als Spannungscomponente auftreten kann, ist durchaus als eine äussere Kraft aufzufassen, wie unmittelbar aus den Elasticitätsgleichungen hervorgeht. (Vergl. z. B. Kirchhoff, Mechanik, oder Klebsch, Theorie der Elasticität fester Körper.)

Eine elastische Röhre, als welche die Arterie betrachtet werden kann, kann gespannt werden durch von innen oder aussen in der Richtung des Radius wirkende Druckkräfte, oder durch einen in der Richtung der Röhrenaxe wirkenden Zug oder durch Torsion. Man erhält somit in jedem Punkte der Röhrenwand 3 auf einander senkrechte Spannungscomponenten, eine radiale, eine axiale und eine tangentiale. Welche dieser Spannungscomponenten meint Geigel? oder meint er die Resultirende? Wenn die Spannung in einer mathematischen Formel auftritt, so muss dies genau definirt sein. Wahrscheinlich hat er die radiale Spannung im Sinne — die axiale und die Torsionsspannung sind in der That von sehr kleinem Werthe —; er meint also: die Spannung längs des Radius des Gefässes sei gleich der Differenz des auf die Aussen- und auf die Innenfläche wirkenden Druckes (nehmlich $s = a - d$, Spannung gleich Differenz zwischen Blutdruck und Hirndruck). Das ist aber keineswegs der Fall. Für Röhren von endlicher Dicke ist der Ausdruck für die Spannung weit verwickelter, man findet Genaueres darüber bei Lamé, Théorie d'élasticité des corps solides, p. 188ff., und bei Wüllner, Experimentalphysik I, § 50. Ich will es dahin gestellt sein lassen, ob bei Gefässen von unendlich dünner Wand die Spannung vielleicht einfach gleich der Differenz zwischen innerem und äusserem Drucke ist; ich bezweifle es durchaus.

Ueberhaupt ist der ganze Begriff der Spannung ein nicht eben glücklich gewählter. Er ist entschieden mit einer gewissen Unklarheit behaftet. In den Lehrbüchern der mathematischen Physik kann man lange suchen, ehe man einmal das Wort „Spannung“ antrifft. Es ist immer von Druckkräften und Druckcomponenten die Rede, das sind klare Begriffe, auf welche die Spannung immer erst zurückgeführt werden muss. „Ein Körper ist gespannt“ will nur ausdrücken, dass auf ihn irgend welche deformirende Kräfte wirken; er ist allerdings um so stärker gespannt, je grösser die auf ihn wirkenden äusseren Kräfte sind. Auf die Arterienwand wirken nun „spannend“ ein: 1) der arterielle Blutdruck = a, 2) der Druck = m der Musculatur der Arterienmedia, 3) der Hirndruck = d. Die Spannung ist eine Function dieser 3 Grössen

$$s = f(a, m, d),$$

bei unendlich dünner Wand möglicher Weise gleich ihrer algebraischen Summe. Damit s sich ändert, muss sich das Argument der Function ändern. Geigel nimmt a als unverändert an, und setzt plötzlich

$$s = a + d.$$

Wo bleibt m? Oder indentificirt er die Spannung mit dem Druck der Arterienmusculatur? Man sieht, das Ganze ist bei Geigel durchaus unklar.

In der That meint Geigel aber gar nicht das, was man unter Spannung in der Physik versteht. Er meint nicht eine Kraft, sondern etwas ganz anderes, er meint die Volumveränderung des Gefässes, wie dies ganz klar aus dem letzten von mir aus seiner Arbeit angeführten Satze hervorgeht. Er spricht in demselben plötzlich von einer spastischen Verengerung der Hirnarterien. Er hat also, wenn er Spannungserhöhung sagt, Verengerung der Arterien im Sinne, und zwar, wie aus seinen Formeln hervorgeht, bei gleichbleibendem arteriellen Drucke, also Contraction der Ringmusculatur. Er identificirt somit wirklich Arterienspannung und Druck ihrer Ringmusculatur. Wieso er dazu kommt, kann ich nicht recht einsehen; ich halte dies für durchaus unzulässig.

Ich wollte diese Abschweifung über den Begriff der Spannung machen, um klar zu legen, was Geigel eigentlich meint. Der zuletzt angeführte Satz drückt ja klar aus, was er bewiesen zu haben glaubt, und ich zweifle nicht, dass er lediglich eine Verengerung und Erweiterung der Arterien im Sinne hat.

Geigel glaubt demnach den Satz bewiesen zu haben:

Eine Verengerung der Hirnarterien bewirkt vermehrte Blutzufuhr, eine Erweiterung verminderte Blutzufuhr.

Dass dieser Satz nicht in aller Strenge richtig sein kann, dass er vielmehr, wenn überhaupt, nur innerhalb gewisser Grenzen gelten kann, ergiebt sich aus einer einfachen Ueberlegung. Verengerung der Arterien soll Steigerung der Blutgeschwindigkeit bewirken. Verengt sich aber die Arterie so weit, das ihr Lumen = 0 wird, was ja an sich möglich ist . . . denn eine jede mit Muskelfasern versehene Arterie kann sich vollständig zusammenziehen . . . so fliesst offenbar gar kein Blut mehr durch sie hindurch, d. h. die Blutgeschwindigkeit wird = 0. Für diesen Fall entsteht also keine Vermehrung, sondern eine Verminderung der Blutströmung. Für eine beträchtliche Verengerung der Arterien ist demnach der Geigel'sche Satz sicherlich nicht richtig. (Da ein Theil der Hirnarterien Endarterien sind, so erhält das betreffende Capillargebiet gar kein Blut mehr.) Eine vollständige Theorie der Hirncirculation musste diesen besonderen Fall berücksichtigen.

Wenn Geigel's Satz sonst auch äusserst paradox erscheint, unseren gewohnten Vorstellungen von der Blutbewegung durchaus widerspricht, so würde dieser Umstand selbstverständlich kein Beweis gegen seine Richtigkeit sein. Es lassen sich aber sehr begründete Einwände gegen die ganze Theorie Geigel's erheben.

Zunächst würde Folgendes auffallen:

Um der Theorie Geigel's gerecht zu werden, müssen wir, wie er dies auch selbst anführt, annehmen, dass dieselben Ursachen, welche sonst im Körper Erweiterung der Arterien zur Folge haben, im Gehirne ihre Verengerung bedingen, und dass die Ursachen, welche im Körper gefäss-verengernd wirken, im Gehirne gefäss-erweiternd wirken. Geigel nimmt z. B. an, dass der Sympathicus im Gehirne der gefäss-erweiternde Nerv sei, dass seine Reizung also im Gehirne ebenso wie im übrigen Körper Anämie veranlasse. — Wir wissen nun aber, dass die Eröffnung des Schädels beim lebenden Menschen oder Thiere, die Entfernung eines beliebig grossen Stückes der knöchernen Schädelwand ein für die Function des Gehirns vollkommen gleichgültiger Eingriff ist, vorausgesetzt, dass Infectionskeime ferngehalten worden sind. Nach der Eröffnung des Schädels kann sich aber das Gehirn vollkommen frei ausdehnen. Hyperämie und Anämie treten nunmehr nach ganz denselben mechanischen Gesetzen als sonst im Körper ein, d. h. Erweiterung der Arterien bedingt nunmehr Vermehrung der Blutzufuhr. Dieselben Ursachen, z. B. Sympathicusreizung, welche vorher Anämie zur Folge hatten, würden somit jetzt Hyperämie bewirken. Und doch functionirt nachgewiesenermaassen das Gehirn ganz wie vorher! Das ist doch ganz undenkbar! Bewirkt der Umstand, dass die Schädelhöhle einen geschlossenen, nicht ausdehnbaren Raum bildet, dass die Blutbewegung nach ganz anderen Gesetzen geregelt wird, als nach Eröffnung des Schädels, so müsste jede solche Eröffnung die heilloseste Verwirrung in der Blutversorgung des Gehirns zur Folge haben. — Es ist deshalb von vorn herein klar, dass die Regelung der Blutzufuhr zum Gehirn im Wesentlichen nach denselben Gesetzen erfolgen muss wie sonst im Körper, dass also Einrichtungen vorhanden sein müssen, welche bewirken, dass eine Erweiterung einer Arterie trotz der dabei eintretenden Verengerung der Capillaren und Venen vermehrte Blutzufuhr mit sich bringt. Wir werden sehen, mit wie einfachen Einrichtungen der Organismus dabei auskommt.

Geigel geht in seiner Beweisführung aus von dem Satze, dass die Schnelligkeit des Blutkreislaufes direct proportional dem arteriellen Drucke a sei. Das ist nicht richtig. Die Blutgeschwindigkeit ist vielmehr direct proportional nicht dem arteriellen Drucke, sondern der Druckdifferenz zwischen Arterien und Venen. Der arterielle Druck kann sehr hoch werden, ohne dass deshalb die Blutgeschwindigkeit zunimmt.

Geigel setzt nun ferner die Schnelligkeit der Blutströmung umgekehrt proportional dem Widerstande, der sich der Bewegung des Blutes entgegensetzt. Das ist sicher falsch. Die Gleichung 1) bei Geigel ist zunächst unrichtig in den Dimensionen, a und w sind beides Kräfte, also $= \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}^2}$; die Dimensionen im Zähler und Nenner des Bruches $\frac{a}{w}$ heben einander demnach auf, und es steht auf der rechten Seite der Gleichung 1) eine absolute, unbenannte Zahl. Links steht dagegen eine Geschwindigkeit, also $\frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$. Eine derartige physikalische Gleichung ist unmöglich. — Die Gleichung 1) bedeutet ferner, dass der Widerstand mit wachsender Geschwindigkeit abnehme — das widerspricht allen sonstigen Erfahrungen, denen zufolge der Widerstand mit wachsender Geschwindigkeit ebenfalls wächst. Ich verweise in dieser Hinsicht z. B. auf Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik und Meteorologie I, § 151, oder auf jedes andere Lehrbuch der Physik. In keinem wird sich etwas finden, was der Gleichung 1) ähnlich sieht. Geigel verwechselt Widerstand und Constante des Widerstands, letztere kann im Nenner auftreten. Eine allgemeine Gleichung zwischen Geschwindigkeit und Widerstand, ohne Zuhülfenahme von Hypothesen über die Natur des Widerstandes, lässt sich nur mit Hülfe der Differentialrechnung aufstellen; die Gleichung lautet:

$$\frac{dv}{dt} = X - w,$$

wenn v die Geschwindigkeit, t die Zeit, X die äusseren Kräfte und w den Widerstand bedeuten.

Damit ist eigentlich schon die ganze Beweisführung Geigel's widerlegt. Es finden sich aber noch mehr schwache Stellen in der, wie er selbst sagt, „stringenten" Beweisführung. So heisst es weiterhin: „wie gross dieser Widerstand ist, kann unerörtert bleiben." Ich glaube, wenn man so verfährt, kann man alles beweisen, mathematisch ist es aber nicht. Geigel fühlt dies offenbar auch selbst; denn er macht sofort eine Annahme über den Betrag des Widerstandes, indem er sagt: „dass der Widerstand mit wachsendem Drucke wachse, mit abnehmendem abnehme.“ Hierin macht er jedoch zur Prämisse gerade das, was er beweisen will. Der Satz bedarf durchaus des Beweises und mit ihm steht oder fällt die ganze Frage der arteriellen Hirnhyperämie. Es ist ganz zweifellos, dass der Hirndruck bei arterieller Hyperämie zunehmen muss. Würde dabei der Widerstand, welchen das Blut bei seiner Bewegung findet, nothwendig zunehmen, so würde die zur Hyperämie erforderliche vermehrte Blutströmung eben nicht möglich sein. Dann würde es also keine arterielle Hyperämie geben. Gerade das muss aber untersucht werden. — Geigel nimmt an, dass die Druckdifferenz zwischen Arterien und Venen ungeändert bleibe; ob dann mehr oder weniger Blut durchströmt, hängt ab von dem Betrage des Widerstandes (die Blutmenge ist demselben nicht etwa umgekehrt proportional), und zwar kommt es — und das ist auch der wesentliche Fehler bei Althann — nicht blos auf den in den Capillaren und Venen auftretenden Widerstand, sondern auch auf den in der verengten oder erweiterten Arterie selbst an. Wäre es erlaubt, nur den Capillarwiderstand zu berücksichtigen, so würde Geigel Recht haben; denn dass dieser Widerstand zunimmt, sobald man überhaupt zugiebt, dass mit der Erweiterung der Arterie die Capillaren enger werden, ist an sich klar. Der Capillar- und Venenwiderstand ist doch aber nicht der einzige, welchen das Blut bei seiner Bewegung antrifft. Wenn die Arterie sich erweitert, so findet das Blut in ihr verringerten Widerstand; es ist dann vollkommen denkbar, dass die Verminderung des arteriellen Widerstandes die Vermehrung des capillären und venösen übertrifft, so dass eine Vermehrung der Stromgeschwindigkeit schliesslich herauskommt. Ebenso ist mit einer Verengerung der Arterie eine Erhöhung des arteriellen Widerstandes verbunden, und es ist wiederum denkbar, dass diese Zunahme des Widerstandes grösser ist, als die Widerstandsabnahme in den Capillaren und Venen.

Trotz dieser mancherlei Mängel, welche der Theorie Geigel's anhaften, ist es doch sehr dankenswerth, dass er die Frage der Hirncirculation wieder von Neuem angeregt hat. In der That lässt sich die Frage erledigen, und zwar mittelst mathematischer Berechnung. Ich glaube, dass es mir gelungen ist, die mathematischen Bedingungen für die arterielle Hyperämie und Anämie des Gehirns festzustellen. Ich will im Folgenden versuchen, diese Bedingungen abzuleiten.

Es handelt sich darum, festzustellen:

„Ob mit einer Erweiterung bezw. Verengerung einer Arterie des Gehirns eine Vermehrung oder eine Verminderung der hindurchfliessenden Blutmenge verbunden ist."

Es handelt sich dabei, wie Geigel ganz mit Recht betont, nicht um die augenblicklich im Gehirn vorhandene Blutmenge, sondern um die in einer bestimmten Zeit hindurchfliessende. Das absolute Maass des Hirnblutes kann weder zu- noch abnehmen. Für die Ernährung eines Organs handelt es sich aber wesentlich um die Zufuhr und Abfuhr des Blutes. Wir sprechen von einer arteriellen Hyperämie, wenn die „Durchfluthung" des Organs mit Blut grösser wird, wenn also in der Zeiteinheit mehr Blut hindurchströmt.

Die Grundlage der ganzen Untersuchung ist immer die Voraussetzung, dass die Gehirnmasse incompressibel und in einer starrwandigen, unnachgiebigen Höhle eingeschlossen sei. Es folgt daraus, dass eine Vermehrung oder Verminderung des Schädelinhalts ausgeschlossen ist. Wir haben im Körper noch andere Organe, deren Inhalt derselben Bedingung unterworfen ist. Es sind das der Bulbus oculi, das innere Ohr und insbesondere die Knochen. Die letzteren, sowohl die Markhöhle, als die Knochensubstanz selbst, können nur einen Inhalt von gegebenem Volumen bergen. Das Knochenmark ist im Wesentlichen ganz denselben Bedingungen der Blutversorgung unterworfen als das Gehirn; was also für den Kreislauf im Gehirn gilt, gilt für das Mark aller Knochen. Die Knochensubstanz selbst ist bekanntlich von einem Systeme von Gefässen durchzogen, welche ihrerseits weder erweitert noch verengert werden können, indem die feste Knochenmasse die Gefässwand unmittelbar bildet — abgesehen von den im Knochen sehr dünnen Gefässhäuten. Es ist leicht einzusehen, dass trotzdem eine wahre arterielle Hyperämie und Anämie der Knochensubstanz möglich ist. Es braucht sich nur die zuführende Art. nutr. zu erweitern; dann steht das arterielle Blut beim Eintritte in den Knochen unter höherem Drucke als bisher, da die Widerstände bis zum Knochen abgenommen haben; ist der venöse Druck unverändert geblieben, so haben wir jetzt eine grössere Druckdifferenz, somit eine schnellere Blutströmung, d. h. arterielle Hyperämie.

Im Gehirne selbst ist das wesentlich anders. Hier ist die bekanntlich sehr dünne Wand der Gefässe nicht starr, sondern verschiebbar, der Verengerung und der Erweiterung fähig. Jede Erweiterung einer Arterie muss den Raum für die Masse des Gehirns selbst beschränken. Nach der oben S. 147 gegebenen Darstellung muss dadurch Liq. csp. verdrängt werden. Dadurch werden die Ligamenta flava u. s. w. stärker angespannt, üben folglich ihrerseits einen stärkeren Druck aus und pressen die Hirnmasse um etwa ebenso viel zusammen, als die Volumsvermehrung der Arterie beträgt. Da die Hirnsubstanz selbst als incompressibel [1]) anzusehen ist, so muss alles sonst im Schädelraume vorhandene Zusammendrückbare comprimirt werden, d. s. die Capillaren und Venen. Die Erweiterung irgend einer Arterie hat daher Verengerung der Capillaren und Venen zur Folge. Wäre die Gehirnsubstanz einfach eine incompressible Flüssigkeit, so würden alle Capillaren und Venen innerhalb des Schädelraumes von dieser Verengerung gleichmässig betroffen werden; da indessen die Gehirnsubstanz nur festweich ist, so ist sie allerdings incompressibel, aber pflanzt den Druck nicht nach einfachen hydrostatischen Gesetzen fort. Ein localer Ueberdruck wird im Wesentlichen local bleiben. Bekanntlich sind die Hirngefässe von Lymphscheiden umgeben. Denken wir uns eine Arterie erweitert, so wird vor Allem in ihrer eigenen Lymphscheide der Lymphstrom behindert, da die Arterie mehr Raum innerhalb der Scheide beansprucht. Die unmittelbare Folge ist Lymphstauung innerhalb der Scheide, folglich wesentlich im Gebiete der Arterie selbst, da wir annehmen können, dass die Lymphgefässe eines Arteriengebietes durch die entsprechende

[1]) Adamkiewicz behauptet in dem von ihm verfassten Artikel „Hirndruck" in Eulenburg's Realencyclopädie, dass die Hirnsubstanz compressibel sei, „denn es werde Gewebssaft aus ihr herausgepresst". Das ist doch aber nimmermehr Compressibilität!

Lymphscheide ihren Abfluss finden, und dass Lymphgefäss- und Arteriengebiet einander im Wesentlichen decken. Es entsteht somit in Folge der Erweiterung der Arterie zunächst Lymphstauung in ihrem Gebiete, dadurch gerathen die zur Arterie gehörigen Capillaren und Venen unter höheren äusseren Druck, werden also verengt, und zwar so lange, bis wieder Gleichgewicht des Druckes eingetreten ist. Dieses Gleichgewicht wird spätestens dann eingetreten sein, wenn Capillaren und Venen zusammen gerade um so viel zusammengedrückt sind, als die Erweiterung der Arterie beträgt; d. h. wenn die Arterie sich um so viel erweitert, dass sie um a^{ccm} mehr Raum beansprucht als früher, so wird Gleichgewicht des Druckes spätestens dann eingetreten sein, wenn die Volumverminderung von Capillaren und Venen zusammen ebenfalls a^{ccm} beträgt. Sobald Capillaren und Venen um zusammen a^{ccm} comprimirt sind, so nehmen die Lymphbahnen wieder denselben Raum ein, als vor der Arterienerweiterung, die Gehirnsubstanz steht mithin unter normalem Drucke, die etwa eingetretenen Aenderungen der Blut- und Lymphströmung bedingen keine Raumbeschränkung des Schädelinnern mehr. Da Lymph- und Arteriengebiet einander nicht vollständig decken, so wird die Drucksteigerung zum Theil auch auf benachbarte Gefässgebiete übergreifen, also nicht ganz allein auf das ursprünglich betrachtete Gebiet sich beschränken. Daher wird Gleichgewicht des Druckes schon eher eintreten, als bis die Volumverminderung a^{ccm} der Capillaren und Venen erreicht ist.

Es folgt somit, dass die in Folge der Erweiterung einer Arterie eintretende Verengerung der zur Arterie gehörigen Capillaren und Venen höchstens so viel betragen kann, als die Arterienerweiterung ausmacht.

Geben wir der Erweiterung das negative Vorzeichen, so folgt entsprechend:

Dass die in Folge der Verengerung einer Arterie eintretende Erweiterung der zur Arterie gehörigen Capillaren und Venen höchstens so viel betragen kann, als die Arterienverengerung ausmacht.

Ist die Erweiterung der Arterien allgemein, wie bei dem der Herzsystole entsprechenden Pulse, so ist die Drucksteigerung allgemein, die gestaute Lymphe, welche ja mit dem Liq. csp. in offener Verbindung steht, entweicht wohin sie kann, d. h. in die Rückenmarkshöhle; es folgt somit pulsatorische Steigerung des Hirndrucks, damit aber zugleich pulsatorische Verengerung der Hirncapillaren und -Venen. Ob trotz dessen der systolisch gesteigerte Blutdruck systolische Vermehrung der Blutströmung im Gehirn zur Folge hat, wird aus der von mir zu entwickelnden Theorie zu entnehmen sein.

Ich beweise nun folgenden Satz:

Es werde eine beliebige Arterie vom Radius r (also Querschnitt $= \pi r^2$) betrachtet. Die entsprechende Vene habe den Radius ϱ_0. Es ist gleichgültig, ob man eine kleinste Arterie oder eine beliebige grössere betrachtet, nur muss man immer das ganze Gebiet der betreffenden Arterie im Auge behalten. Von der Arterie und ihren Seitenästen führen dann im Ganzen n Capillaren vom mittleren Radius ϱ zu der Vene und zu ihren Seitenästen. Sind dann die beiden Bedingungen erfüllt

$$\varrho_0 > r, \qquad n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3,$$

ist also die Vene weiter, als die Arterie, und übersteigt die Anzahl der Capillaren einen gewissen durch Messung leicht festzustellenden Werth, so hat eine Verengerung der Arterie stets Verminderung der Blutströmung, eine Erweiterung der Arterie stets Vermehrung der Blutströmung zur Folge,

d. h. so lange die beiden Bedingungen erfüllt sind, folgt das Gehirn genau denselben Gesetzen für die Regelung der Blutzufuhr, als jedes andere Organ.

Die Anzahl n der Capillaren ist dabei folgendermaassen zu bestimmen:

Man lege durch das Gebiet der betrachteten Arterie eine beliebige die Arterie schneidende Ebene und zähle die Zahl der getroffenen Capillaren ab; die dabei erhaltene Zahl ist der Werth von n.

Für die wirkliche Untersuchung handelt es sich um mikroskopische dünne Schnitte; ein einzelner Schnitt enthält natürlich nicht alle Capillaren des betrachteten Gebietes, sondern nur alle in einer Ebene, in der Schnittebene gelegenen. Durch unmittelbare Beobachtung kann man daher nicht n selbst bestimmen. Man sieht aber leicht ein, dass die Anzahl der in einem mikroskopischen Schnitte enthaltenen Capillaren gleich der Quadratwurzel aus der Anzahl aller Capillaren des Gebietes sein muss, man also durch Abzählung den Werth von $\sqrt{n}$ erhalten wird. Um $\sqrt{n}$ zu bestimmen, ziehe man demnach durch das Gebiet im mikroskopischen Präparate eine gerade, die Arterie oder deren Verlängerung schneidende Linie und zähle ab, wie viel Capillaren sie trifft. In Fig. 5 werden auf diese Weise z. B. 10 Capillaren getroffen, es ist also $\sqrt{n} = 10$, $n = 100$; in Fig. 6 werden 15 Capillaren getroffen, es ist also $\sqrt{n} = 15$, $n = 225$.

Für n ist in der Bedingung der auf diese Art bestimmte Werth zu setzen.

Ob die Bedingungen erfüllt sind, ist eine Frage, die ich vorläufig unerörtert lassen will; dass sie erfüllt sein können, erleidet ja keinen Zweifel.

Die Bedingungen enthalten nicht die Länge der Gefässe, sondern nur ihren Radius und ihre Zahl, sie sind daher unabhängig von der Form der Gefässverzweigung und von dem Umstande, dass die Venen des Gehirns andere Verästelungsnormen als die Arterien haben.

Ferner kommt in der Formel die dritte Potenz der Gefässradien, nicht die vierte, wie in der Formel von Poisseuille vor.

Mit zunehmender Erweiterung der Arterie nehmen ϱ_0 und ϱ ab; es ist demnach denkbar, dass schliesslich der Fall eintreten wird, wo beide Bedingungen nicht mehr erfüllt sind. Speciell für den Fall, dass die Vene oder die Capillaren vollständig zusammengedrückt sind und kein Blut mehr durchlassen — ϱ_0 oder $\varrho = 0$ — hat die Bedingung aufgehört erfüllt zu sein. Sobald die Arterie so stark erweitert ist, dass unsere Bedingungen nicht mehr bestehen, so braucht eine fernere Erweiterung nicht mehr Vermehrung der Blutzufuhr zur Folge zu haben, vielmehr gilt von nun an im Allgemeinen der Satz, dass noch steigende Arterienerweiterung Verminderung der Blutzufuhr, ja im Grenzfalle (ϱ_0 oder $\varrho = 0$) absolute Stase zur Folge hat. Verengert sich von hier aus rückwärts die Arterie, so nimmt die Blutzufuhr wieder zu; es kann also sehr wohl der Fall eintreten, dass eine Verengerung der Arterie im Gehirne arterielle Hyperämie bewirkt.

Jedenfalls sieht man, dass der von mir aufgestellte Satz allen Verhältnissen Rechnung trägt, und dass auch der Grenzfall der Stase in ihm enthalten ist.

Es liegt mir nunmehr ob, den Satz theoretisch abzuleiten. Leider ist dies auf elementar-mathematischem Wege nicht möglich, vielmehr sind die Hülfsmittel der Functionentheorie zu seinem Beweise, wenigstens stellenweise, erforderlich.

Ich gehe aus zunächst von der Betrachtung einer kleinsten Arterie, die sich unmittelbar in Capillaren auflöst. Wenn sich dieselbe erweitert (verengt), so werden die von ihr ausgehenden Capillaren und die zugehörige abführende Vene verengt (erweitert) und zwar höchstens um so viel, als die Volumensvermehrung (-Verminderung) der Arterie beträgt. Ist V das ursprüngliche Volumen der Arterie, V′ das nach der Erweiterung (Verengerung), und sind W und W′ die entsprechenden Volumina für Capillaren und Vene zusammen, so muss demnach

$$V'-V \geqq W-W'$$

sein.

Wie sich die Verhältnisse gestalten, wenn mehrere Arterien gleichzeitig oder eine stärkere Arterie ihr Volumen ändern, soll später (S. 186) erörtert werden, zunächst betrachte ich nur e i n e kleinste Arterie.

Die Arterie habe den Radius r und die Länge l. Es gehe ... z. B. in Folge Aenderung des Contractionszustandes der Muscularis ... dieser Radius über in αr. Wenn $\alpha < 1$ ist, so bedeutet dies eine Verengerung, wenn $\alpha > 1$ ist, eine Erweiterung. Die Länge der Arterie soll dabei ungeändert bleiben. Thatsächlich sind die Verlängerungen und Verkürzungen der Gefässe, welche hierbei auftreten, so gering, dass sie vernachlässigt werden können.

Ich gehe nun aus von dem ... im Gehirne ja nicht erfüllten ... Falle, dass die von der Arterie ausgehenden Capillaren in Form eines sogenannten Wundernetzes (H y r t l, Anatomie des Menschen. § 47) angeordnet sind, dass also die Arterie sich in eine Anzahl von Capillaren auflöst, welche sämmtlich von demselben Punkte der Arterie entspringen, und dass dann die Capillaren sich sämmtlich wieder in einem Punkte zu der abführenden Vene vereinigen, und dass die Capillaren unterwegs keine Anastomosen haben. Es ist dies bekanntlich das Schema der Malpighi'schen Knäuel. Der allgemeine Fall lässt sich auf diesen besonderen Fall zurückführen. — Ich betrachte demnach die Gefässanordnung der Fig. 1 der Tafel:

Aus einer grösseren Arterie A entspringt am Punkte B eine kleinere Arterie a vom Radius r und der Länge l. An ihrem Endpunkte fasert sie sich in eine beliebige Anzahl von Capillaren auf. Eine einzelne Capillare habe den Radius ϱ und die Länge λ_m, worin m einen Index vorstellt, welcher der Zahl der vorhandenen Capillaren entspricht. Die Capillaren vereinigen sich dann sämmtlich in einem und demselben Punkte zu der kleinen Vene v vom Radius ϱ_0 und der Länge λ_0, welche ihrerseits beim Punkte B′ in die grosse Vene V einmündet. In der Figur sind A, a und V, v weit auseinander liegend gezeichnet, in Wirklichkeit können sie nahe an einander liegen. Für das Gehirn können wir sofort

$$\varrho_0 > r$$

setzen, da mit Ausnahme der Malpighi'schen Knäuel überall im Körper das abführende Gefäss weiter ist, als das zuführende. — Es soll ferner im Punkte B, wo a aus A entspringt, der Druck $= P$ herrschen, da wo a sich in Capillaren auflöst, der Druck $= p_0$, wo die Capillaren zur Vene v zusammentreten, der Druck $= p_1$, und im Punkte B′, wo v in V einmündet, der Druck $= P'$. Ich will annehmen, dass P und P′ ungeändert bleiben, wenn in dem Systeme a+Capillaren+v irgend welche Veränderungen des Volumens eintreten. A und V sollen grosse Gefässe sein, in denen der Druck durch die in einem verhältnissmässig kleinen Bezirke stattfindenden Strömungsveränderungen nicht merkbar beeinflusst wird. Es ist dann

$$P > p_0 > p_1 > P'$$

und

$$P - P' = \text{const.}$$

Ich betrachte nunmehr nicht die Geschwindigkeit der Blutströmung. Da das Blut in der Axe des Gefässes mit einer ganz anderen Geschwindigkeit strömt als in den seitlichen Theilen oder gar an der Gefässwand ... an letzteren selbst ist die Geschwindigkeit bekanntlich $= 0$ ..., so würde die Berechnung ungemein verwickelt werden. Ich gehe vielmehr aus von der Blutmenge Q, welche in der Zeiteinheit von B nach B′ strömt.

Bei unverändertem Volumen der Arterie a soll die Menge Q von B nach B′ strömen. Wenn a ihren Radius in αr verändert, so soll die Menge Q′ überfliessen. Es handelt sich dann für uns um die Bestimmung der Differenz

$$Q' - Q.$$

Ist dieselbe positiv, so bedeutet dies Vermehrung der Blutströmung, d. h. arterielle Hyperämie; ist sie negativ, so bedeutet es Verminderung der Blutströmung, d. h. arterielle Anämie.

Die wirkliche Berechnung ist selbstverständlich äusserst verwickelt, es ist aber doch möglich, das Vorzeichen der Differenz $Q' - Q$ zu bestimmen und dadurch unsere Aufgabe zu lösen.

Für die Strömung von Flüssigkeiten in Röhren gilt bekanntlich das Gesetz von Poisseuille (vgl. Kirchhoff, Mechanik, Vorl. 26. § 2). Nach demselben fliesst durch eine Röhre vom Radius R und der Länge l, an deren Anfange der Druck p_0, an deren Ende der Druck p_1 herrscht, in der Zeiteinheit die Flüssigkeitsmenge

$$1) \qquad Q = K \frac{p_0 - p_1}{l} R^4$$

hindurch, wo K eine die Reibung der Flüssigkeit bedingende Constante ist.

(Die Dichtigkeit der Flüssigkeit ist dabei = 1 angenommen.) Diese Gleichung 1) gilt jedoch ohne weiteres nur für den Fall, dass die Röhre geradlinig verläuft. Für unsere Aufgabe handelt es sich aber wesentlich um gekrümmte Röhren. Für solche wird der Werth von Q kleiner, als er der Formel 1) entspricht. Ich will indessen zunächst von der Aenderung, welche Q in Folge der Krümmung der Gefässe erleidet, absehen, und die Flüssigkeitsmenge einfach nach der Formel 1) berechnen, d. h. ich nehme vorläufig an, dass alle Gefässe einschliesslich der Capillaren geradlinig verlaufen. Es würde die Berücksichtigung der Krümmung sofort möglich sein; die Beweisführung wird aber durchsichtiger, wenn ich sie vorläufig ausser Acht lasse.

Es besteht in unserem Systeme noch eine zweite Abweichung vom Poisseuille'schen Gesetze; überall wo eine Gefässverästelung und wo ein Zusammentritt von Gefässen stattfindet, bilden sich Wirbel und dabei Hindernisse der Blutströmung. Auch diese Hindernisse, durch welche Q abermals verkleinert wird, sollen vorläufig unberücksichtigt bleiben.

Nach dem bekannten Gesetze, dass durch jeden Querschnitt des Gefässsystems in der Zeiteinheit dieselbe Flüssigkeitsmenge strömt, fliesst durch a und durch v und durch die Gesammtheit der Capillaren dieselbe Menge Q. Mit Benutzung der Gleichung 1) folgt daraus:

$$Q = K\frac{P - p_0}{l} r^4, \qquad Q = K\frac{p_1 - P'}{\lambda_0}\varrho_0^4.$$

Durch eine einzelne Capillare fliesst die Menge

$$Q_m = K\frac{p_0 - p_1}{\lambda_m}\varrho^4.$$

Durch die Gesammtheit aller Capillaren fliesst daher die Menge

$$Q = K(p_0 - p_1)\varrho^4 \sum_{m=1}^{n} \frac{1}{\lambda_m},$$

wenn wir im Ganzen die Anzahl von n Capillaren annehmen. Ich nehme nun weiter an, dass alle Capillaren gleich lang $= \lambda$ seien. Dann ergiebt sich

$$Q = K\frac{p_0 - p_1}{\lambda} n \,.\, \varrho^4.$$

Wir erhalten somit die Gleichungen

$$2) \qquad \frac{Q}{K} = \frac{P - p_0}{l} r^4 = \frac{n(p_0 - p_1)}{\lambda}\varrho^4 = \frac{p_1 - P'}{\lambda_0}\varrho_0^4.$$

Hieraus folgt weiter:

$$P - p_0 = \frac{l}{r^4}\frac{Q}{K}, \qquad p_0 = P - \frac{l}{r^4}\frac{Q}{K},$$

$$p_0 - p_1 = \frac{\lambda}{n\varrho^4}\frac{Q}{K}, \qquad p_1 = p_0 - \frac{\lambda}{n\varrho^4}\cdot\frac{Q}{K},$$

$$p_1 = P - \frac{Q}{K}\left(\frac{l}{r^4} + \frac{\lambda}{n\varrho^4}\right),$$

$$p_1 - P' = \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\cdot\frac{Q}{K}, \qquad P' = p_1 - \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\frac{Q}{K},$$

$$3)\qquad P' = P - \frac{Q}{K}\left(\frac{1}{r^4} + \frac{\lambda}{n\varrho^4} + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\right).$$

Es fliesst demnach in der Zeiteinheit von B nach B′ die Blutmenge

$$4)\qquad \begin{cases} Q = K\dfrac{P-P'}{C}, \\ C = \dfrac{1}{r^4} + \dfrac{\lambda}{n\varrho^4} + \dfrac{\lambda_0}{\varrho_0^4}. \end{cases}$$

Ich nehme nun an, es verengere sich die Arterie und zwar so, dass ihr Radius im Verhältniss $\alpha : 1$ verkleinert werde; es soll also αr ihr neuer Radius werden, worin $\alpha < 1$ ist. Wie oben gezeigt wurde, vergrössern sich dadurch die Radien der Capillaren und der Vene, und zwar die Radien der Capillaren im Verhältnisse $\beta : 1$, der der Vene im Verhältnisse $\beta_0 : 1$. Die Capillaren haben demnach jetzt den Radius $\beta\varrho$, die Vene den Radius $\beta_0\varrho_0$. β und β_0 sind dabei $\geqq 1$.

Es werden sich dabei nicht blos die Capillaren und die Vene, welche das durch a fliessende Blut abführen, erweitern, sondern auch Gefässe der Nachbarschaft, die zu anderen Arterien gehören (cf. S. 160). In diesen benachbarten Gefässgebieten wird folglich sicher eine Verminderung des Widerstandes eintreten; denn die Arterie hat ihr altes Volumen beibehalten, Capillaren und Venen sind erweitert. In diesen Nachbargebieten findet also eine vermehrte Blutströmung statt.

Wir kommen dadurch zu dem Satze, dass, wenn eine Hirnarterie sich verengt, in benachbarten Gefässgebieten, in denen die Arterie unverengt geblieben ist, vermehrte Blutströmung, d. h. wahre arterielle Hyperämie eintritt. — Dasselbe Mittel, das im Körper im ausgedehntesten Maasse zur Erzielung arterieller Hyperämie benutzt wird, dass nehmlich in gewissen Gebieten sich die Arterien verengern und dass dadurch in anderen Gebieten mit unverengten Arterien vermehrte Strömung erzielt wird, dasselbe Mittel führt auch im Gehirn zur arteriellen Fluxion. Unter Voraussetzung der Incompressibilität der Gehirnmasse ergiebt sich also ohne weiteres, dass arterielle Hyperämie beliebiger bestimmter Theile möglich ist. Soll z. B. arterielle Hyperämie etwa in einem Schläfenlappen erzielt werden, so brauchen sich nur sämmtliche zu den anderen Lappen u. s. w. führenden Arterien zu verengern; es werden sich dann die Capillaren und Venen im ganzen übrigen Gehirne erweitern, aber auch die im Schläfenlappen, und da hier die zuführenden Arterien unverändert geblieben sein sollen, so muss hier vermehrte Blutströmung eintreten.

Arterielle Hyperämie eines einzelnen Hirntheiles ist also zum mindesten auf indirectem Wege möglich.

Es wird sich zeigen, ob sie auch auf directem Wege möglich ist.

Ich kehre zurück zu unserem besonderen Falle.

Ich nehme bei demselben an, dass der Anfangs- und der Enddruck P und P' bei der Verengerung der Arterie ungeändert bleiben, und dass sich alle Capillaren in gleichem Grade erweitern. Letztere Annahme ist zulässig, da die Verminderung des Hirndruckes bei gleichweiten Capillaren in gleichem Maasse zur Wirkung kommen muss. Es fliesst dann von B nach B' die Blutmenge:

$$5)\quad \begin{cases} Q' = K \cdot \dfrac{P - P'}{C'}, \\ C' = \dfrac{1}{\alpha^4 r^4} + \dfrac{\lambda}{n \beta^4 \varrho^4} + \dfrac{\lambda_0}{\beta_0^4 \varrho_0^4}, \\ \alpha < 1, \quad \beta \geqq 1, \quad \beta_0 \geqq 1. \end{cases}$$

Es handelt sich darum, das Vorzeichen der Differenz

$$Q - Q'$$

festzustellen. Wenn in Folge der Verengerung Anämie eintritt, so muss Q grösser sein, als Q', mithin

$$Q - Q' > 0$$

oder, was dasselbe bedeutet,

$$6)\quad C' - C > 0$$

sein. Bildet man diese Differenz, so ergiebt sich

$$7)\quad C' - C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4} - 1\right) + \frac{\lambda}{n\varrho^4}\left(\frac{1}{\beta^4} - 1\right) + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\left(\frac{1}{\beta_0^4} - 1\right).$$

Für β und β_0 lässt sich eine Bedingungs-Ungleichung aufstellen, indem die Volumsvermehrung der Summe der Capillaren und der Vene nach S. 158 höchstens ebenso gross sein kann, als die Volumsverminderung der Arterie. Das Volumen der Arterie ist, da wir überall kreisförmige Querschnitte voraussetzen können, $= \pi l r^2$, nach der Verengerung $= \pi l \alpha^2 r^2$; die Volumsverminderung ist demnach $\pi l r^2 (1 - \alpha^2)$. Entsprechend beträgt die Volumsvermehrung einer Capillare $\pi \lambda \varrho^2 (\beta^2 - 1)$, die der Vene $\pi \lambda_0 \varrho_0^2 (\beta_0^2 - 1)$. Es ergiebt sich hieraus die Bedingung:

$$\pi l r^2 (1 - \alpha^2) \geqq \pi \lambda n \varrho^2 (\beta^2 - 1) + \pi \lambda_0 \varrho_0^2 (\beta_0^2 - 1).$$

Die Gefässe sind am weitesten, die Strömung ist also am stärksten für den Fall der Gleichheit; ist für diesen $C' - C > 0$, so ist es immer > 0. Ich nehme daher an

$$8)\quad l r^2 (1 - \alpha^2) = \lambda n \varrho^2 (\beta^2 - 1) + \lambda_0 \varrho_0^2 (\beta_0^2 - 1)$$

β und β_0 sind durch diese Gleichung verbunden, sonst sind sie willkürlich; nur muss $\beta \geqq 1$, $\beta_0 \geqq 1$ sein.

Ich untersuche zunächst einen besonderen Fall, nehmlich den, dass $\beta = 1$ ist, dass also die Capillaren gar nicht erweitert werden. Dieser Fall ist jedenfalls denkbar. Hierfür erhalten wir:

$$C'-C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4}-1\right)+\frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\left(\frac{1}{\beta_0^4}-1\right),$$

$$lr^2(1-\alpha^2) = \lambda_0\varrho_0^2(\beta_0^2-1),$$

$$\beta_0^2 = \frac{lr^2(1-\alpha^2)+\lambda_0\varrho_0^2}{\lambda_0\varrho_0^2},$$

$$\frac{1}{\beta_0^2} = \frac{\lambda_0\varrho_0^2}{lr^2(1-\alpha^2)+\lambda_0\varrho_0^2},$$

$$\frac{1}{\beta_0^4}-1 = -\frac{lr^2(1-\alpha^2)\{lr^2(1-\alpha^2)+2\lambda_0\varrho_0^2\}}{\{lr^2(1-\alpha^2)+\lambda_0\varrho_0^2\}^2},$$

$$C'-C = \frac{1}{r^4}(1-\alpha^2)\left\{\frac{1+\alpha^2}{\alpha^4}-\frac{\lambda_0 r^6}{\varrho_0^4}\cdot\frac{lr^2(1-\alpha^2)+2\lambda_0\varrho_0^2}{\{lr^2(1-\alpha^2)+\lambda_0\varrho_0^2\}^2}\right\},$$

$$C'-C = \frac{1}{r^4}(1-\alpha^2)\left\{\frac{1+\alpha^2}{\alpha^4}-\frac{\lambda_0 r^6}{\varrho_0^4}\cdot\frac{1}{lr^2(1-\alpha^2)+\lambda_0\varrho_0^2}\right.$$
$$\left.-\frac{\lambda_0^2 r^6}{\varrho_0^2}\cdot\frac{1}{\{lr^2(1-\alpha^2)+\lambda_0\varrho_0^2\}^2}\right\}.$$

Das erste Glied in der grossen Klammer wächst beständig, wenn α von 1 bis 0 abnimmt, das zweite und dritte Glied nehmen dagegen mit abnehmendem α immer mehr ab, da ihr Nenner wächst. Folglich wächst der ganze in der Klammer stehende Ausdruck beständig, wenn α von 1 bis 0 abnimmt; er erhält also seinen kleinsten Werth für $\alpha = 1$. Ist er für $\alpha = 1$ positiv, so ist er es immer. Der Factor ausserhalb der Klammer ist für $\alpha < 1$ stets positiv; ist daher der Ausdruck in der Klammer auch stets positiv, so ist es auch $C'-C$. Der Ausdruck in der Klammer nimmt nun für $\alpha = 1$ den Werth an

$$2-\frac{\lambda_0 r^6}{\lambda_0\varrho_0^6}-\frac{\lambda_0^2 r^6}{\lambda_0^2\varrho_0^6} = 2\left(1-\frac{\lambda_0 r^6}{\lambda_0\varrho_0^6}\right) > 0.$$

Es muss folglich die Bedingung erfüllt sein:

$$1 > \left(\frac{r}{\varrho_0}\right)^6,$$

$$8) \qquad \varrho_0 > r,$$

d. h. die Vene muss weiter sein als die Arterie.

Ein zweiter besonderer Fall ist der, dass $\beta_0 = 1$ ist, die Erweiterung also nur die Capillaren betrifft. Hierfür ergiebt sich

$$C'-C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4}-1\right)+\frac{\lambda}{n\varrho^4}\left(\frac{1}{\beta^4}-1\right),$$

$$lr^2(1-\alpha^2) = n\lambda\varrho^2(\beta^2-1),$$

$$\beta^2 = \frac{lr^2(1-\alpha^2)+n\lambda\varrho^2}{n\lambda\varrho^2};$$

$$\frac{1}{\beta^4}-1 = -\frac{lr^2(1-\alpha^2)\{2n\lambda\varrho^2+lr^2(1-\alpha^2)\}}{\{n\lambda\varrho^2+lr^2(1-\alpha^2)\}^2},$$

$$C'-C = \frac{1}{r^4}(1-\alpha^2)\left\{\frac{1+\alpha^2}{\alpha^4}-\frac{\lambda r^6}{n\varrho^4}\cdot\frac{lr^2(1-\alpha^2)+2n\lambda\varrho^2}{\{lr^2(1-\alpha^2)+n\lambda\varrho^2\}^2}\right\}.$$

Damit $C'-C > 0$ sei, muss wieder der Ausdruck in der grossen Klammer für $\alpha = 1$ positiv sein; daraus folgt die Bedingung:

$$2-\frac{\lambda r^6}{n\varrho^4}\cdot\frac{2n\lambda\varrho^2}{(n\lambda\varrho^2)^2} = 2\left(1-\frac{n\lambda^2 r^6\varrho^2}{n^3\lambda^2\varrho^8}\right)>0,$$

$$1-\frac{r^6}{n^2\varrho^6}>0,$$

$$9)\qquad n>\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3.$$

Wir erhalten somit hier bereits die in dem von mir S. 161 aufgestellten Satze vorkommenden beiden Bedingungen.

Ein dritter besonderer Fall ist der, dass $\beta=\beta_0>1$ ist, dass also Vene und Capillaren in gleichem Maasse erweitert werden. Für denselben wird:

$$C'-C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4}-1\right)+\left(\frac{\lambda}{n\varrho^4}+\frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\right)\left(\frac{1}{\beta^4}-1\right),$$

$$lr^2(1-\alpha^2) = (n\lambda\varrho^2+\lambda_0\varrho_0^2)(\beta^2-1).$$

Ich setze

$$n\lambda\varrho^2+\lambda_0\varrho_0^2 = blr^2.$$

Dann ist

$$lr^2(1-\alpha^2)+blr^2 = blr^2\beta^2,$$

$$\beta^2 = \frac{1-\alpha^2+b}{b},$$

$$\frac{1}{\beta^4}-1 = -\frac{(1-\alpha^2)(1-\alpha^2+2b)}{(1-\alpha^2+b)^2}.$$

Ferner setze ich

$$\frac{\lambda}{n\varrho^4}+\frac{\lambda_0}{\varrho_0^4} = c\frac{1}{r^4}.$$

Dann wird

$$C'-C = \frac{l(1-\alpha^2)}{r^4}\left\{\frac{1+\alpha^2}{\alpha^4}-\frac{c(1-\alpha^2+2b)}{(1-\alpha^2+b)^2}\right\}.$$

Damit $C'-C$ für $0\leqq\alpha<1$ stets positiv sei, ist hinreichend, dass der Ausdruck in der grossen Klammer für $\alpha=1$ positiv wird. Für $\alpha=1$ wird derselbe

$$=2-\frac{2bc}{b^2} = 2\left(1-\frac{c}{b}\right).$$

Es folgt also:

$$1-\frac{c}{b}>0,$$

$$b>c,$$

$$\frac{n\lambda\varrho^2+\lambda_0\varrho_0^2}{lr^2}>\left(\frac{\lambda}{n\varrho^4}+\frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\right)\frac{r^4}{l},$$

$$n\frac{\lambda}{l}\left(\frac{\varrho}{r}\right)^2+\frac{\lambda_0}{l}\left(\frac{\varrho_0}{r}\right)^2>\frac{1}{n}\frac{\lambda}{l}\frac{r^4}{\varrho^4}+\frac{\lambda_0}{l}\frac{r^4}{\varrho_0^4}.$$

Nun ist nach No. 8) $\varrho_0>r$, mithin

$$\frac{\lambda_0}{l}\left(\frac{\varrho_0}{r}\right)^2>\frac{\lambda_0}{l}\left(\frac{r}{\varrho_0}\right)^4.$$

Die Bedingung ist daher erfüllt, wenn

$$n\left(\frac{\varrho}{r}\right)^2 > \frac{1}{n}\left(\frac{r}{\varrho}\right)^4,$$

$$n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$$

ist. Die bereits in 8) und 9) gefundenen beiden Bedingungen genügen daher auch für diesen besonderen Fall.

Ich zeige nunmehr, dass diese beiden Bedingungen $\varrho_0 > r$ und $n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ auch für den allgemeinen Fall $\beta \gtreqless \beta_0$ und beide >1 genügen. — Es handelt sich darum, zu untersuchen, ob der Ausdruck

$$C' - C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4} - 1\right) + \frac{\lambda}{n\varrho^4}\left(\frac{1}{\beta^4} - 1\right) + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\left(\frac{1}{\beta_0^4} - 1\right)$$

einen negativen Werth für

$$\beta \geqq 1, \qquad \beta_0 \geqq 1$$

annehmen kann. Zwischen den β besteht die Gleichung

$$lr^2(1-\alpha^2) + n\lambda\varrho^2 + \lambda_0\varrho_0^2 = n\lambda\varrho^2\beta^2 + \lambda_0\varrho_0^2\beta_0^2.$$

Wir wissen bereits, dass $C' - C$ für bestimmte Werthe positiv ist, und zwar für

1) $\quad \beta^2 = \dfrac{lr^2(1-\alpha^2) + n\lambda\varrho^2}{n\lambda\varrho^2}, \qquad \beta_0^2 = 1,$

2) $\quad \beta^2 = \beta_0^2 = \dfrac{lr^2(1-\alpha^2) + n\lambda\varrho^2 + \lambda_0\varrho_0^2}{n\lambda\varrho^2 + \lambda_0\varrho_0^2} = \dfrac{1-\alpha^2+b}{b},$

3) $\quad \beta^2 = 1, \qquad \beta_0^2 = \dfrac{lr^2(1-\alpha^2) + \lambda_0\varrho_0^2}{\lambda_0\varrho_0^2}.$

Setzt man in $C' - C$ für β_0^2 seinen durch β^2 ausgedrückten Werth ein, so erhält man:

$$C' - C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4} - 1\right) - \left(\frac{\lambda}{n\varrho^4} + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\right) + \frac{\lambda}{n\varrho^4}\cdot\frac{1}{\beta^4} + \frac{\lambda_0^3}{\{lr^2(1-\alpha^2+b) - n\lambda\varrho^2\beta^2\}^2},$$

$$C' - C = A + \frac{\lambda}{n\varrho^4}\cdot\frac{1}{\beta^4} + \frac{\lambda_0^3}{\{lr^2(1-\alpha^2+b) - n\lambda\varrho^2\beta^2\}^2},$$

worin A frei von β^2 ist.

Setzt man hierin $\beta^2 = x$, so folgt

$$C' - C = A + \frac{\lambda}{n\varrho^4}\cdot\frac{1}{x^2} + \frac{\lambda_0^3}{\{lr^2(1-\alpha^2+b) - n\lambda\varrho^2 x\}^2}.$$

Für bestimmte Werthe von x ist $C' - C$ stets positiv; soll es dazwischen negativ werden, so muss es daher zweimal verschwinden, folglich muss es dazwischen ein Minimum haben, d. h. seine Ableitung nach x muss verschwinden für einen Zwischenwerth von x. Es ist nun

$$\frac{d(C' - C)}{dx} = -\frac{2\lambda}{n\varrho^4 x^3} + \frac{2\lambda_0^3\lambda n\varrho^2}{\{lr^2(1-\alpha^2+b) - n\lambda\varrho^2 x\}^3}.$$

Setzt man dies $= 0$, so folgt:

$$\frac{n\lambda_0^3 \varrho^2}{\{lr^2(1-\alpha^2+b)-n\lambda\varrho^2 x\}^3} = \frac{1}{n\varrho^4 x^3},$$

$$\{lr^2(1-\alpha^2+b)-n\lambda\varrho^2 x\}^3 = n^2\lambda_0^3\varrho^6 x^3.$$

Ziehe ich beiderseits die dritten Wurzeln, so folgt:

$$lr^2(1-\alpha^2+b)-n\lambda\varrho^2 x = \lambda_0\varrho^2 x\sqrt[3]{n^2},$$

$$lr^2(1-\alpha^2+b) = \varrho^2 x(n\lambda+\lambda_0 n^{\frac{2}{3}}),$$

$$x = \beta^2 = \gamma^2 = \frac{lr^2(1-\alpha^2+b)}{\varrho^2(n\lambda+\lambda_0 n^{\frac{2}{3}})}.$$

Der zugehörige Werth von β_0^2 ist

$$\beta_0^2 = \delta^2 = \frac{lr^2(1-\alpha^2+b)}{\varrho_0^2(\lambda_0+\lambda n^{\frac{1}{3}})},$$

wie man durch einsetzen leicht erhält.

Man erhält den Minimalwerth von $C'-C$, wenn man $\beta=\gamma$ und $\beta_0=\delta$ darin einsetzt. Es ergiebt sich dafür in der That ein Minimalwerth, da die zweite Ableitung von $C'-C$ dafür positiv wird. Es ist nehmlich

$$\frac{d^2(C'-C)}{dx^2} = +\frac{6\lambda}{n\varrho^4 x^4}+\frac{6n^2\lambda_0^3\lambda^2\varrho^4}{\{lr^2(1-\alpha^2+b)-n\lambda\varrho^2 x\}^4},$$

ist also für jedes x positiv.

Ich mache nun in $C'-C$ die Einsetzung. Man erhält nach einigen Umformungen:

$$\frac{\lambda}{n\varrho^4}\cdot\frac{1}{\gamma^4}+\frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\cdot\frac{1}{\delta^4} = \frac{(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3}{l^2r^4(1-\alpha^2+b)^2}$$

und

$$C'-C = \varphi = \frac{l}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4}-1\right)-\left(\frac{\lambda}{n\varrho^4}+\frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\right)+\frac{(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3}{l^2r^4(1-\alpha^2+b)^2}.$$

Dies ist der kleinste Werth φ, welchen $C'-C$ für irgend ein beliebiges α annehmen kann. Dieser Minimalwerth φ von $C'-C$ ist nun seinerseits eine Function von α und wird zu einem Minimum für einen bestimmten Werth von α. Man erhält diesen Werth von α, wenn man die Ableitung nach α bildet. Setzt man $\alpha^2=y$, so wird

$$\varphi = \frac{l}{r^4}\left(\frac{1}{y^2}-1\right)-\left(\frac{\lambda}{n\varrho^4}+\frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\right)+\frac{(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3}{l^2r^4(1-y+b)^2},$$

$$\frac{d\varphi}{dy} = 0 = -\frac{2l}{r^4y^3}+\frac{2(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3}{l^2r^4(1-y+b)^3},$$

$$\frac{d^2\varphi}{dy^2} = +\frac{6l}{r^4y^4}+\frac{6(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3}{l^2r^4(1-y+b)^4}.$$

Für $\frac{d\varphi}{d\alpha}=0$ folgt auch $\frac{d\varphi}{dy}=0$, somit

$$\frac{l}{r^4y^3} = \frac{(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3}{l^2r^4(1-y+b)^3} \quad \text{oder}$$

$$\frac{1}{r^4\alpha^6} = \frac{(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3}{l^2 r^4(1-\alpha^2+b)^3},$$

$$l^3(1-\alpha^2+b)^3 = \alpha^6(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0)^3,$$

$$l(1-\alpha^2+b) = \alpha^2(\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0),$$

$$l(1+b) = \alpha^2(1+\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0),$$

$$\alpha^2 = \alpha_1^2 = \frac{l(1+b)}{1+\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0}.$$

Da $\frac{d^2\varphi}{dy^2}$ stets positiv ist, so wird φ für diesen Werth von α^2 ein Minimum. $\varphi = C'-C$ erreicht somit seinen kleinsten Werth für

$$\alpha^2 = \alpha_1^2 = \frac{l\left(1+\frac{n\lambda\varrho^2+\lambda_0\varrho_0^2}{lr^2}\right)}{1+\lambda n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0},$$

$$\alpha_1^2 = \frac{lr^2+n\lambda\varrho^2+\lambda_0\varrho_0^2}{lr^2+\lambda r^2 n^{\frac{1}{3}}+\lambda_0 r^2}.$$

Nun war nach 8) und 9)

$$\lambda_0\varrho_0^2 > \lambda_0 r^2,$$

$$n\lambda\varrho^2 > \lambda r^2 n^{\frac{1}{3}}.$$

Folglich ist

$$\alpha_1^2 > 1.$$

φ erlangt somit seinen kleinsten Werth ausserhalb des betrachteten Bereiches von α; innerhalb des Bezirkes $0 \leqq \alpha \leqq 1$ kann es daher kein Minimum erreichen, muss folglich entweder beständig abnehmen oder beständig wachsen. Nun ist $\frac{d\varphi}{d\alpha} < 0$ für sehr kleine Werthe von α, mithin nimmt φ als Function von α mit wachsendem α beständig ab, wird daher am kleinsten innerhalb des Bereiches für $\alpha = 1$.

Der kleinste Werth des Minimums von $C'-C$ ergiebt sich somit für $\alpha = 1$, d. h. bei unverengter Arterie. Für diesen Fall ist aber $\beta = \beta_0 = 1$, somit

$$C'-C = 0.$$

Der kleinste Werth von $C'-C$ ist folglich für $0 \leqq \alpha \leqq 1$ der Werth $= 0$. Für $\alpha < 1$ ist somit stets

$$C'-C > 0.$$

Sobald sich demnach die Arterie verengt, nimmt stets die Blutströmung ab, sobald die obigen beiden Bedingungen erfüllt sind.

Wenn die Arterie sich erweitert, also $\alpha > 1$ wird, so ergiebt sich für $C'-C$ derselbe Ausdruck, nur sind jetzt β und $\beta_0 < 1$. Man kann nun $C'-C$, wie wir sahen, immer so umformen, dass

$$C'-C = (1-\alpha^2)f(\alpha)$$

wird. Wir sahen ferner, dass $f(\alpha) > 0$ ist für $0 \leqq \alpha \leqq 1$. Folglich ist

$f(\alpha) > 0$ auch noch für Werthe von α, welche etwas grösser sind als 1. Für solche Werthe wird aber $1 - \alpha^2 < 0$. Mithin wird $C' - C$, wenn α durch 1 hindurchgeht, zunächst negativ, d. h. eine mässige Erweiterung der Arterie bewirkt vermehrte Blutströmung.

Wird α noch grösser, so wird der Fall erreicht werden, wo $f(\alpha) = 0$ wird; es ergiebt dies für α eine Gleichung dritten Grades, also sicher wenigstens einen reellen Werth von α. Für sehr grosse Werthe von α sahen wir ferner schon oben, dass Capillaren und Venen ganz zusammengepresst werden, mithin die Blutströmung ganz aufhört. Der Werth von $C' - C$ ist also negativ für Werthe von α, welche nur wenig über 1 liegen, erreicht dann ein Minimum, wächst von da an mit wachsendem α, geht durch Null hindurch und wird zuletzt wieder positiv.

Für unser ideales Gefässschema gilt demnach folgender Satz:

Jede Verengerung der Arterie bewirkt Verminderung der Blutströmung, arterielle Anämie. Erweitert sich die Arterie, so bewirkt dies zunächst eine Vermehrung der Blutströmung, arterielle Hyperämie; wird die Erweiterung stärker, so nimmt die Blutströmung wieder ab. Nur eine hochgradige Erweiterung der Arterie bewirkt demnach arterielle Anämie, eine mässige bewirkt Hyperämie.

Sind die beiden von mir gefundenen Bedingungen nicht erfüllt, so gilt der eben bewiesene Satz nicht mehr. Alsdann kann die Verengerung der Arterie arterielle Hyperämie, die Erweiterung arterielle Anämie zur Folge haben — kann, nicht muss, während es oben muss hiess. Ob Anämie oder Hyperämie eintritt, hängt dann wesentlich davon ab, ob die ganze Volumsveränderung der Arterie sich nur im eigenen Gebiete an Capillaren und Vene ausgleicht, oder ob sie auf Nachbargebiete übergreift. Ausserdem liegt der Minimalwerth von $C' - C$ alsdann nicht mehr ausserhalb des Gebietes $0 \leqq \alpha \leqq 1$; das Vorzeichen von $C' - C$ hängt mithin jetzt auch von dem Werthe des Verhältnisses $\beta : \beta_0$ ab, und kann somit für dieselbe Arterienveränderung bald positiv bald negativ sein, während es vollkommen bestimmt ist, sobald jene beiden Bedingungen erfüllt sind. Sobald daher die Vene enger ist als die Arterie oder die Anzahl der Capillaren unter eine gewisse Grenze herabsinkt, gelten ganz andere Gesetze für die Regelung der Blutströmung, im Allgemeinen bewirkt dann die Verengerung der Arterie Hyperämie, die Erweiterung dagegen Anämie.

Das bisher von mir untersuchte Gefässschema ist ein ideales, welches den natürlichen Bedingungen nicht entspricht, da alle Gefässe als geradlinig berechnet wurden. In Wirklichkeit sind die Blutgefässe verschieden gekrümmte Röhren, deren Querschnitt wir als kreisförmig annehmen können. Für solche Röhren lässt sich die hindurchfliessende Flüssigkeitsmenge nach den von Weisbach in seiner „Experimentalhydraulik“ § 33 u. f. entwickelten Formeln berechnen.

Die Röhre habe den Querschnittsradius $= r$, ihre Axe von der Länge $= l$ habe den Krümmungsradius $= R$; es sei dann Q die nach dem Poisseuille'schen Gesetze für die als geradlinig gedachte Röhre berechnete Flüssigkeitsmenge, also nach 1)

$$Q = K \frac{p_0 - p_1}{l} r^4,$$

und Q_1 die wirklich hindurchströmende Menge, dann besteht zwischen Q_1 und Q folgende Beziehung

$$10) \quad \left\{ \begin{aligned} Q_1 &= Q \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}}, \\ \zeta &= \left(\sqrt{\frac{R+\pi r}{R}} - 1\right)^2, \\ Q_1 &= K \frac{r^4}{\sqrt{1+\left(\sqrt{1+\frac{\pi r}{R}}-1\right)^2}} \cdot \frac{p_0 - p_1}{l}. \end{aligned} \right.$$

Diese Formel gilt für den Fall, dass die Röhrenaxe an einer einzigen Stelle gekrümmt ist. Ist die Axe allenthalben gekrümmt, so müssen wir sie in Elementartheile zerlegt denken, innerhalb welcher wir den Krümmungsradius R als constant betrachten können. Für ein solches Röhrenelement ds, innerhalb dessen der Druck um dp abnimmt, ist dann

$$Q_1 = K \frac{dp}{ds} r^4 \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}},$$

$$Q_1 ds = K \, . \, dp \, r^4 \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}}.$$

Durch jedes Element muss wegen des Gesetzes der Continuität dieselbe Flüssigkeitsmenge strömen; ferner ist $l = \int ds$; folglich ist

$$Q_1 = K \frac{r^4}{l} \int \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} \, dp.$$

Wählt man für den Factor $\sqrt{\frac{1}{1+\zeta}}$ einen mittleren Werth μ, so ergiebt sich

$$11) \quad Q_1 = K \frac{r^4}{l} \mu (p_0 - p_1) = \mu Q.$$

Um demnach die durch eine beliebig gekrümmte Röhre fliessende Flüssigkeitsmenge zu berechnen, hat man die nach dem Poisseuille'schen Gesetze bestimmte Menge mit einem Verkleinerungsfactor μ zu multipliciren, dessen Werth von dem Verhältnisse des Röhrenhalbmessers r zum Krümmungshalbmesser R der Röhrenaxe abhängt. μ ist um so kleiner, je grösser der Werth des Bruches $\frac{r}{R}$ ist, je stärker also die Röhre im Verhältnisse zu ihrem Querschnitte gekrümmt ist.

Durch die gekrümmte Röhre fliesst ebenso viel Flüssigkeit als durch eine entsprechende gerade Röhre entweder vom Radius $r\sqrt[4]{\mu}$, Länge l oder vom Radius r, Länge $\frac{l}{\mu}$. Die Krümmung wirkt demnach ebenso wie eine Verkleinerung des Querschnitts oder wie eine Verlängerung der Röhre.

Jede Theilung einer Röhre in mehrere Aeste oder der Zusammentritt mehrerer Röhren zu einer wirkt in ähnlicher Weise; immer ist die nach dem Poisseuille'schen Gesetze berechnete Flüssigkeitsmenge mit einem Verkleinerungsfactor zu multipliciren, der um so kleiner ausfällt, je grösser an der betreffenden Stelle der Werth von $\frac{r}{R}$ ist. Wird eine gekrümmte Röhre erweitert, so wächst r, während R ungeändert bleibt, mithin nimmt μ ab. Umgekehrt wächst μ mit abnehmendem r. Natürlich ist stets $0 < \mu \leqq 1$.

Man kann somit alle Krümmungen und Wirbelbildungen an den Theilungsstellen ausser Acht lassen und die Strömung in der bisher benutzten Art nach dem Poisseuille'schen Gesetze berechnen, wenn man nur überall den passenden Verkleinerungsfactor hinzufügt.

Für den Werth von μ berechnet Weisbach folgende Tafel (auf Grund von Experimenten):

$\frac{r}{R}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978
μ	0,95	0,94	0,93	0,91	0,88	0,84	0,78	0,71	0,64	0,58

Selbst für eine sehr beträchtliche Krümmung ist μ noch $> 0,58$. Ausserdem sind die Gefässe grösstentheils nicht ihrer ganzen Länge nach gekrümmt, sondern verlaufen nur ein kurzes Stück hindurch gekrümmt (bilden einen sogenannten Kropf), um dann wieder eine längere Strecke geradlinig zu verlaufen. Der mittlere Werth des Verkleinerungsfactors μ wächst dadurch. Im Allgemeinen wird daher die durchströmende Blutmenge durch die Krümmung der Gefässe nicht sehr hochgradig vermindert.

Ich nehme nunmehr an, die Gefässe in Fig. 1 seien beliebig gekrümmt, alle Capillaren aber von gleicher Länge und gleicher Krümmung, so dass für sie der gleiche Verkleinerungsfactor μ gilt. Es ist dies bereits ein Schema, wie es sich im Wesentlichen in den Malpighi'schen Knäueln vorfindet. Die Verkleinerungsfactoren der Arterie und der Vene seien bezw. μ' und μ_0. Zur Berechnung der durchfliessenden Blutmenge ergeben sich dann die Gleichungen:

$$Q = K\mu' \frac{P - p_0}{l} r^4, \qquad Q = K\mu_0 \frac{p_1 - P'}{\lambda_0} \varrho_0^4,$$

$$Q = K\mu \frac{p_0 - p_1}{\lambda} \varrho^4$$

und daraus

$$12) \quad \begin{cases} Q = K \dfrac{P - P'}{C}, \\ C = \dfrac{l}{\mu' r^4} + \dfrac{\lambda}{\mu n \varrho^4} + \dfrac{\lambda_0}{\mu_0 \varrho_0^4}, \\ \mu' \leqq 1, \quad \mu < 1, \quad \mu_0 < 1. \end{cases}$$

Es möge sich nun die Arterie verengern zum Radius αr mit $\alpha < 1$; es gehen dann ϱ und ϱ_0 über in $\beta\varrho$ und $\beta_0\varrho_0$ mit $\beta \geqq 1$, $\beta_0 \geqq 1$ und die durchfliessende Blutmenge wird:

$$13)\quad \left\{ \begin{array}{l} Q' = K\,\dfrac{P-P'}{C}, \\ C' = \dfrac{1}{\nu'\alpha^4 r^4} + \dfrac{\lambda}{\nu n \beta^4 \varrho^4} + \dfrac{\lambda_0}{\nu_0 \beta_0^4 \varrho_0^4}, \\ \nu' \leqq 1, \quad \nu < 1, \quad \nu_0 \leqq 1, \\ \nu' \geqq \mu', \quad \nu < \mu, \quad \nu_0 \leqq \mu_0. \end{array} \right.$$

Denn mit der Aenderung der Gefässquerschnitte ändern sich die Verkleinerungsfactoren, gehen also die μ in neue Factoren ν über, und zwar wächst der Factor mit der Verkleinerung des Querschnitts, d. h. für die Arterie, nimmt ab mit seiner Vergrösserung, d. h. für Capillaren und Vene.

Ganz wie S. 167 wird $Q - Q'$ stets positiv sein, wenn $C' - C$ es ist. Es ergiebt sich:

$$C' - C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\nu'\alpha^4} - \frac{1}{\mu'}\right) + \frac{\lambda}{n\varrho^4}\left(\frac{1}{\nu\beta^4} - \frac{1}{\mu}\right) + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}\left(\frac{1}{\nu_0\beta_0^4} - \frac{1}{\mu_0}\right).$$

$$14)\quad C' - C = \frac{1}{\mu' r^4}\left(\frac{1}{\frac{\nu'}{\mu'}\alpha^4} - 1\right) + \frac{\lambda}{\mu n \varrho^4}\left(\frac{1}{\frac{\nu}{\mu}\beta^4} - 1\right) + \frac{\lambda_0}{\mu_0\varrho_0^4}\left(\frac{1}{\frac{\nu_0}{\mu_0}\beta_0^4} - 1\right).$$

Ich nehme nun zunächst an, die Arterie verlaufe geradlinig, es sei also $\mu' = \nu' = 1$. Dann ist:

$$C' - C = \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4} - 1\right) + \frac{\lambda}{\mu n \varrho^4}\left(\frac{1}{\frac{\nu}{\mu}\beta^4} - 1\right) + \frac{\lambda_0}{\mu_0\varrho_0^4}\left(\frac{1}{\frac{\nu_0}{\mu_0}\beta_0^4} - 1\right).$$

Nun ist

$$\frac{\nu}{\mu} < 1, \qquad\qquad \frac{\nu_0}{\mu_0} < 1,$$

$$\frac{1}{\frac{\nu}{\mu}\beta^4} - 1 > \frac{1}{\beta^4} - 1, \qquad\qquad \frac{1}{\frac{\nu_0}{\mu_0}\beta_0^4} - 1 > \frac{1}{\beta_0^4} - 1,$$

$$C' - C > \frac{1}{r^4}\left(\frac{1}{\alpha^4} - 1\right) + \frac{\lambda}{\mu n \varrho^4}\left(\frac{1}{\beta^4} - 1\right) + \frac{\lambda_0}{\mu_0\varrho_0^4}\left(\frac{1}{\beta_0^4} - 1\right).$$

Andererseits ist auch jetzt

$$l r^2 (1 - \alpha^2) \geqq n\lambda\varrho^2(\beta^2 - 1) + \lambda_0\varrho_0^2(\beta_0^2 - 1).$$

Diese Bedingung gilt, wenn man das Gefässvolumen ohne Rücksicht auf die Krümmung der Röhrenaxe berechnet; da indessen der Radius klein ist gegen die Länge, so ist der dabei begangene Fehler nur unbedeutend.

Setzt man für ϱ bezw. ϱ_0 die kleineren Werthe $\varrho\sqrt[4]{\mu}$ bezw. $\varrho_0\sqrt[4]{\mu_0}$, so gilt die Bedingung sicher, da der frühere Fehler hierdurch ausgeglichen wird. Mithin ist

$$\mathrm{l}r^2(1-\alpha^2) \geqq n\lambda(\varrho\sqrt[4]{\mu})^2(\beta^2-1)+\lambda_0(\varrho_0\sqrt[4]{\mu_0})^2(\beta_0^2-1).$$

Ich habe folglich jetzt ganz dieselben Verhältnisse als bei dem Systeme geradliniger Röhren, nur dass jetzt die Capillaren und die Vene kleinere Radien haben. Sind mithin die Bedingungen:

$$n > \left(\frac{r}{\varrho\sqrt[4]{\mu}}\right)^3 \qquad\qquad r < \sqrt[4]{\mu_0}\varrho_0$$

erfüllt, so ist $C'-C$ stets positiv für $\alpha < 1$.

Die Arterie sei nunmehr selbst gekrümmt, dann ist

$$\nu' < 1, \qquad \mu' < 1, \qquad \nu' > \mu'.$$

In Gleichung 14) sind das zweite und dritte Glied der rechten Seite schon erledigt, es handelt sich nur noch um den Werth des ersten Gliedes rechts. Die Gleichung 14) entspricht einem Systeme mit geradlinig verlaufender Arterie, in welcher $\mathrm{l}_1 = \frac{1}{\mu'}$ die Länge und $\alpha\sqrt[4]{\frac{\nu'}{\mu'}} = \alpha_1$ das Maass der Verengerung der Arterie ist. Es wird folglich $C'-C$ stets positiv sein, wenn

$$\mathrm{l}_1 r^2(1-\alpha_1^2) \geqq n\lambda\varrho^2(\beta^2-1)+\lambda_0\varrho_0^2(\beta_0^2-1)$$

ist, da wir dann für β und β_0 dieselbe Bestimmung wie S. 167 ff. erhalten. Diese neue Bedingung ist erfüllt, wenn

$$\mathrm{l}_1 r^2(1-\alpha_1^2) \geqq \mathrm{l}r^2(1-\alpha^2)$$

ist, also wenn

$$\mathrm{l}_1(1-\alpha_1^2) = \frac{1}{\mu'}\left(1-\sqrt{\frac{\nu'}{\mu'}}\alpha^2\right) \geqq \mathrm{l}(1-\alpha^2)$$

ist. — So lange $\frac{\pi r}{R} < 1$ ist, lassen sich ζ und entsprechend μ', ν' aus den Gleichungen 10) in Reihen entwickeln, welche nach Potenzen von $\frac{\pi r}{R}$ fortschreiten. Man erhält

$$\mu' = 1-\frac{1}{8}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}+\frac{1}{16}\frac{\pi^3 r^3}{R^3}-\frac{3}{256}\frac{\pi^4 r^4}{R^4}+\ldots$$

$$\nu' = 1-\frac{1}{8}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}\alpha^2+\frac{1}{16}\frac{\pi^3 r^3}{R^3}\alpha^3-\frac{3}{256}\frac{\pi^4 r^4}{R^4}\alpha^4+\ldots$$

$$\sqrt{\nu'} = 1-\frac{1}{16}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}\alpha^2+\frac{1}{32}\frac{\pi^3 r^3}{R^3}\alpha^3-\frac{1}{128}\frac{\pi^4 r^4}{R^4}\alpha^4+\ldots$$

$$\sqrt{\frac{\nu'}{\mu'}} = 1+\frac{1}{16}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}(1-\alpha^2)-\frac{1}{32}\frac{\pi^3 r^3}{R^3}(1-\alpha^3)$$
$$+\frac{1}{256}\frac{\pi^4 r^4}{R^4}(1-\alpha^2)(3+2\alpha^2)-\ldots$$

$$1-\sqrt{\frac{\nu'}{\mu'}}\alpha^2 = (1-\alpha^2)\left(1-\frac{1}{16}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}\alpha^2\right)+\frac{1}{32}\frac{\pi^3 r^3}{R^3}(1-\alpha^3)\alpha^2-\ldots$$

$$1-\sqrt{\frac{\nu'}{\mu'}}\alpha^2 > (1-\alpha^2)\left(1-\frac{1}{16}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}\alpha^2\right),$$

$$\nu' = 1 - \frac{1}{16}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}\alpha^2 - \frac{1}{16}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}\alpha^2 + \frac{1}{16}\frac{\pi^3 r^3}{R^3}\alpha^3 - \ldots$$

$$\nu' < 1 - \frac{1}{16}\frac{\pi^2 r^2}{R^2}\alpha^2,$$

$$1 - \sqrt{\frac{\nu'}{\mu'}}\alpha^2 > \nu'(1-\alpha^2),$$

$$\frac{1}{\mu'}\left(1 - \sqrt{\frac{\nu'}{\mu'}}\alpha^2\right) > \frac{\nu'}{\mu'}(1-\alpha^2).$$

Nun war $\frac{\nu'}{\mu'} > 1$; folglich ist

$$\frac{1}{\mu'}\left(1 - \sqrt{\frac{\nu'}{\mu'}}\alpha^2\right) > 1 - \alpha^2.$$

Diese Ableitung gilt für alle Werthe von μ', die zu einer derartig gekrümmten Röhre gehören, dass $\frac{\pi r}{R} \leqq 1$ ist. Ist μ_2 der kleinste derartige Werth, so muss also $\mu' \geqq \mu_2$ sein.

Man kann daher eine gerade Röhre A von der Länge l immer mit einer zweiten Röhre B vertauschen, welche eine solche Krümmung hat, dass ihr mittlerer Verkleinerungsfactor μ' ist, und welche die Länge $l_2 = l\mu'$ hat; Voraussetzung ist dabei $\mu' \geqq \mu_2$. Da für A unser früherer Satz gilt, so gilt er unmittelbar auch für B.

Die Röhre B kann man nun in eine neue stärker gekrümmte Röhre D verwandeln, indem man den neuen Verkleinerungsfactor $\mu_3 \geqq \mu_2$ einführt und die Länge vermindert, so dass D die Länge $l_3 = \mu_3 l_2$ erhält. Da für B das Gesetz galt, so gilt es auch für die stärker gekrümmte Röhre D. Die Röhrenlänge kam dabei, wie wir früher sahen (S. 162) nicht in Betracht.

Fahren wir so fort, so gelangen wir zu immer stärker d. h. beliebig gekrümmten Arterien und erhalten somit den Satz:

D e r G r a d d e r K r ü m m u n g d e r A r t e r i e b e e i n f l u s s t d i e G ü l t i g k e i t d e s S. 161 a u f g e s t e l l t e n S a t z e s i n k e i n e r W e i s e.

Bei einem, nach dem Typus des Wundernetzes gebauten Gefässsysteme im Schädelraume — Arterie, n gleichlange Capillaren, Vene — bewirkt jede Verengerung der Arterie eine Verminderung der Blutströmung, eine innerhalb gewisser Grenzen stattfindende Erweiterung Vermehrung der Strömung. Voraussetzung ist dabei die Erfüllung der Bedingungen

$$n > \left(\frac{r}{\varrho\sqrt[4]{\mu}}\right)^3, \qquad r < \varrho_0\sqrt[4]{\mu_0}.$$

Wir sahen oben, dass μ im Allgemeinen $> 0{,}58$ anzunehmen ist, mithin ist $\sqrt[4]{\mu}$ im Allgemeinen $> 0{,}87$. Für die Vene ist daher der Verkleinerungsfactor im Allgemeinen ohne Einfluss und es genügt die Erfüllung der Bedingung $r < \varrho_0$. Für die Capillaren werden wir sehen, dass n in Wirklichkeit sehr gross ist, bedeutend grösser als $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$. Die Hinzufügung des Verkleinerungsfactors für die Krümmung ist daher in Wirklichkeit belanglos.

Ich gehe nunmehr über zu der Betrachtung eines Gefässsystems (Arterie + Capillaren + Vene), wie es wirklich im Gehirne vorkommt. Ich bezeichne dieses System mit dem Buchstaben A.

Ich ersetze nun das System A vermittelst einer Aenderung der Capillaren durch ein neues System B, welches nach einem einfacheren Gesetze — z. B. dem des Wundernetzes — gebaut ist, aber so, dass durch B in der Zeiteinheit genau so viel Blut als durch A strömt, vorausgesetzt, dass dieselbe Druckdifferenz $P - P'$ besteht. Wird nun in A die Arterie im Verhältnisse α verengt, so erweitern sich Capillaren und Vene in den Verhältnissen β und β_0. Wenn in B die Arterie sich ebenfalls im Verhältnisse α verengt, so werden Capillaren und Venen sich in den Verhältnissen β' und β'_0 erweitern. Die Werthe der β bezw. β' hängen von den Volumina der Gefässe ab. Je grösser das Gesammtvolumen der Capillaren ist, um so kleiner wird β. Kann ich demnach zeigen, dass das Volumen von A stets grösser ist als das von B, so muss β stets $< \beta'$ sein. Andererseits lässt sich unser Satz (S. 161) immer für das System B mit den grösseren β' beweisen, gilt daher erst recht für B mit den direct aus A erhaltenen β und somit auch für A selbst.

Ich ersetze, diesem Gedankengange folgend, unser bisheriges Wundernetz (= System B) durch immer verwickeltere Systeme (= A).

Zunächst sollen die Capillaren nicht mehr sämmtlich gleichlang sein.

Da in unseren Bedingungen die Länge der Gefässe nicht vorkommt, so folgt daraus, dass die Verschiedenheit in der Länge der Capillaren nicht von Einfluss sein kann. Man kann dies aber unmittelbar beweisen.

Ist λ_m die Länge der m^{ten} Capillare und Q_m die durch sie hindurchfliessende Blutmenge, so ist nach Gl. 1)

$$Q_m = K \frac{p_0 - p_1}{\lambda_m} \mu_m \varrho^4,$$

worin μ_m der Verkleinerungsfactor für die Krümmung ist. Durch alle Capillaren zusammen fliesst dann die Blutmenge:

$$Q = K (p_0 - p_1) \varrho^4 \sum_{m=1}^{n} \frac{\mu_m}{\lambda_m}$$

und wir erhalten

$$15) \quad \left\{ \begin{aligned} Q &= K \frac{P - P'}{C}, \\ C &= \frac{1}{\mu' r^4} + \frac{1}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{\sum_{m=1}^{n} \frac{\mu_m}{\lambda_m}} + \frac{\varrho_0}{\mu_0 \varrho_0^4}. \end{aligned} \right.$$

Ich betrachte zunächst den Fall, dass alle $\mu = 1$ wären, sodass also

$$C = \frac{1}{r^4} + \frac{1}{\varrho^4} \frac{1}{\sum_{m=1}^{n} \frac{1}{\lambda_m}} + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}$$

wäre.

Ich setze hierfür das neue Gefässsystem B, indem ich Arterie und Vene ungeändert lasse, den Capillaren aber die gleiche Länge λ gebe, worin λ bestimmt ist durch die Gleichung

$$\frac{n}{\lambda} = \sum_{m=1}^{n} \frac{1}{\lambda_m}.$$

Durch das neue System B fliesst dann ebenso viel Blut, als durch das alte A. Es ist nun

$$\frac{\lambda}{n} = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{\lambda_m}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1} \lambda_n}{\Sigma \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{k-1} \lambda_{k+1} \dots \lambda_n}.$$

Das Volumen aller neuen Capillaren ist $V' = \pi n \lambda \varrho^2$, das der alten $V = \pi \varrho^2 \Sigma \lambda_m$. Ich bilde demnach die Differenz $V' - V$. Man erhält:

$$V' - V = \pi n \lambda \varrho^2 - \pi \varrho^2 \Sigma \lambda_m = \varrho^2 \pi (n\lambda - \Sigma \lambda_m)$$

$$= -\varrho^2 \pi \frac{\Sigma \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{k-1} (\lambda_k - \lambda_{k+1})^2 \lambda_{k+2} \dots \lambda_n}{\Sigma \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{k-1} \lambda_{k+1} \dots \lambda_n}.$$

$V' - V$ ist daher stets negativ, daher $A > B$, womit der Satz hierfür bewiesen ist.

Weiter betrachte ich den Fall, dass die Capillaren gleich lang, aber ungleich gekrümmt seien, dass also die μ_m verschiedene Werthe haben. Dies ist dasselbe, als wenn die Capillaren ungleiche Radien vom Werthe $\varrho \sqrt[4]{\mu_m}$ hätten. Der Fall fällt somit mit dem ungleich weiter Capillaren vom Radius ϱ_m zusammen. Durch das System A fliesst jetzt die Blutmenge:

$$Q = K \frac{P - P'}{C},$$

$$C = \frac{1}{r^4} + \frac{\lambda}{\sum\limits_{m=1}^{n} \varrho_m^4} + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}.$$

Da, wie wir früher sahen, die Krümmung der Arterie und Vene die Gültigkeit unseres Satzes nicht beeinflussen, so können wir μ' und $\mu_0 = 1$ setzen. — Für das System B wähle ich gleichweite Capillaren vom Radius ϱ'. Durch B fliesst dann die Blutmenge

$$Q' = K \frac{P - P'}{C'},$$

$$C' = \frac{1}{r^4} + \frac{\lambda}{n \varrho'^4} + \frac{\lambda_0}{\varrho_0^4}.$$

Ich wähle nun für ϱ' den kleinsten Werth der ϱ_m; dann ist also

$$n \varrho'^4 < \Sigma \varrho_m^4.$$

Durch B würde daher jetzt weniger Blut strömen, als durch A, da $C' > C$ wird. Ich verkürze deshalb die Längen der Capillaren so weit, dass $Q = Q'$ wird, d. h. wenn λ' die neue Capillarlänge wird, so muss

$$\frac{\lambda'}{n \varrho'^4} = \frac{\lambda}{\Sigma \varrho_m^4}$$

werden. Es ist ohne Weiteres klar, dass das Volumen der Capillaren von B kleiner ist, als in A. Die Bedingung für unser Gesetz lautet alsdann

$$n > \left(\frac{r}{\varrho'}\right)^3.$$

Der allgemeine Fall mit ungleich langen, ungleich gekrümmten, ungleich weiten Capillaren ist ganz entsprechend zu behandeln.

Unser Gesetz gilt folglich für jedes beliebige Wundernetz.

Im Gehirne sind nun aber die Capillaren nicht nach dem Schema des Wundernetzes geordnet; vielmehr anastomosiren sie vielfach mit einander, und ferner entspringen sie nicht sämmtlich an derselben Stelle der Arterie u. s. w. Ich berücksichtige zunächst nur die Anastomosenbildung, also das System der Figur 2, in welchem die Capillaren sämmtlich in einem Punkte aus der Arterie abgehen und in einem Punkte in die Vene münden, unterwegs aber vielfach mit einander anastomosiren. Man kann sich dann immer die Verbindungszweige hinweg denken und nur direct die von der Arterie zur Vene führenden Wege beibehalten. In einem besonderen Falle, wie z. B. dem der Fig. 2 würden 6 Capillaren übrig bleiben. Im Falle des wirklichen Präparates ist die Zahl der Capillaren die S. 162 bestimmte Zahl n.

Ich ersetze somit das ursprüngliche System A mit Anastomosen durch das neue System B ohne solche. Von vornherein ist klar, dass die Capillaren in B zusammen ein geringeres Volumen haben, als in A. Es lässt sich ferner beweisen, dass jede Anastomose die Blutströmung erleichtert, dass also durch A in der Zeiteinheit mehr Blut strömt, als durch B. Soll daher durch B dieselbe Blutmenge als durch A strömen, so müssen in B die Weglängen verkürzt, das Capillarvolumen also wieder vermindert werden. Ein System B ohne Anastomosen, das dieselbe Blutmenge wie A hindurchlässt, hat also ein kleineres Volumen als A. Sobald daher

$$n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3, \qquad r < \varrho_0$$

ist, so gilt unser Gesetzt für A.

Alle Anastomosenbildung lässt sich auf 2 Fälle zurückführen, auf den der Nebenschliessung und den des queren Verbindungsganges. Bei einer Nebenschliessung (Fig. 3) geht von einem Punkte einer Capillare ein Seitenast aus, welcher sich später wieder mit ihr vereinigt; bei einem Verbindungsgange (Fig. 4) sind 2 Capillaren, welche beide vom Punkte p_1 ausgehen und im Punkte p_2 zusammentreffen, durch eine Queranastomose verbunden. Man sieht unmittelbar aus Fig. 2, dass man der Reihe nach immer nur Nebenschliessungen oder quere Verbindungsäste wegzulassen braucht, um zu dem Schema B zu gelangen.

Ich betrachte zunächst den Fall der Nebenschliessung (Fig. 3)[1].

[1]) Die im Folgenden angewandte Art der Berechnung ist sehr ähnlich der Berechnuung verzweigter elektrischer Ströme nach den Gesetzen von Ohm und Kirchhoff.

Am Anfange des betrachteten Capillarsystems herrsche der Druck p_1, am Ende der Druck p_2. Die Capillare vom Radius r_1 verläuft eine Strecke l_1 hindurch einfach, theilt sich dann in 2 Aeste, deren einer die Länge l'_1 und den Radius r_1, deren anderer die Länge l'_2 und den Radius r_2 hat; weiterhin vereinigen sich die Aeste wieder und die Capillare verläuft noch die Strecke l_2 einfach. Es bildet also ein Seitenast von der Länge l'_2 und dem Radius r_2 die Nebenschliessung. An dem Punkte, wo die Nebenschliessung abgeht, herrsche der Druck p'_1, in dem Wiedervereinigungspunkte der Druck p'_2. Denken wir uns das Stück l'_2 hinweg, so erhalten wir das System B.

Durch das System B (ohne die Nebenschliessung l'_2) fliesst in der Zeiteinheit die Blutmenge

$$Q = K \frac{p_1 - p_2}{l_1 + l'_1 + l_2} r_1^4.$$

Wir können hierbei die Krümmung unberücksichtigt lassen, da wir über den Werth von r_1 und von K nichts ausgesagt haben, und wir, um sie in Rechnung zu ziehen, nur r_1 kleiner anzunehmen brauchen. Fügen wir l'_2 hinzu, so ändert sich der Druck im ganzen Systeme, wir wollen aber annehmen, am Anfange und am Ende bleibe er ungeändert, $= p_1$ bezw. p_2. Vor der Hinzufügung von l'_2 war die Druckdifferenz $p_1 - p$ für irgend einen Punkt proportional dem längs der Röhrenaxe gemessenen Abstande; das ist jetzt nicht mehr der Fall. Durch das Stück l_1 fliesse nunmehr im Systeme A die Menge Q_1, durch l'_1 die Menge Q'_1 u. s. w. Es ist dann

$$Q_1 = Q'_1 + Q'_2 = Q_2.$$

Es fragt sich, ob $Q_1 - Q$ positiv oder negativ ist. Es ist

$$Q_1 = K \frac{p_1 - p'}{l_1} r_1^4, \qquad Q_2 = K \frac{p'_2 - p_2}{l_2} r_1^4,$$

$$Q'_1 = K \frac{p'_1 - p'_2}{l'_1} r_1^4, \qquad Q'_2 = K \frac{p'_1 - p'_2}{l'_2} r_2^4,$$

$$\frac{Q'_1 + Q'_2}{K} = (p'_1 - p'_2)\left(\frac{r_1^4}{l_1} + \frac{r_2^4}{l_2}\right) = \frac{Q_1}{K},$$

$$p'_1 - p'_2 = \frac{\frac{Q_1}{K}}{\frac{r_1^4}{l'_1} + \frac{r_2^4}{l'_2}},$$

$$p_1 - p_2 = \frac{Q_1}{K r_1^4}\left\{l_1 + l_2 + \frac{l'_1 l'_2}{l'_2 + l'_1 \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4}\right\}.$$

Nun ist

$$\frac{l'_1 l'_2}{l'_2 + l'_1 \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4} = \frac{l'_1}{1 + \frac{l'_1}{l'_2}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4} < l'_1.$$

Folglich

$$p_1 - p_2 < \frac{Q_1}{K r_1^4}(l_1 + l_2 + l'_1),$$

$$Q_1 > Q.$$

Da r_2 ganz willkürlich war, so gilt der Beweis für beliebig gekrümmte Capillaren.

J e d e N e b e n s c h l i e s s u n g v e r m e h r t d e m n a c h d i e B l u t s t r ö m u n g.

Für die quere Verbindung zweier Capillaren wähle ich das Schema der Figur 4. Der Verbindungsast von der Länge l_0 und dem Radius ϱ_0 theile die eine Capillare (Radius $= r$) im Verhältnisse $l_1 : l_2$, die andere (Radius $= \varrho$) im Verhältnisse $l'_1 : l'_2$. Am Anfange des ganzen Systems herrsche der Druck p_1, am Ende p_2; dieselben sollen durch die Einschaltung des Zwischenstückes nicht beeinflusst werden. An den Endpunkten des Verbindungsweges herrschen die Drucke p_0 und p'_0.

Denken wir uns das System B ohne den Verbindungsast, so fliesst in der Zeiteinheit hindurch die Blutmenge:

$$Q = K\frac{p_1 - p_2}{l_1 + l_2} r^4 + K\frac{p_1 - p_2}{l'_1 + l'_2} \varrho^4.$$

In dem Systeme A fliesst durch l_1 die Menge Q_1, durch l'_1 die Menge Q'_1 u. s. w. Dann ist

$$\frac{Q_1}{K} = \frac{p_1 - p_0}{l_1} r^4, \qquad \frac{Q_2}{K} = \frac{p_0 - p_2}{l_2} r^4,$$

$$\frac{Q'_1}{K} = \frac{p_1 - p'_0}{l'_1} \varrho^4, \qquad \frac{Q'_2}{K} = \frac{p'_0 - p_2}{l'_2} \varrho^4,$$

$$\frac{Q_0}{K} = \frac{p_0 - p'_0}{l_0} \varrho_0^4,$$

$$Q_1 + Q'_1 = Q_2 + Q'_2,$$

$$Q_1 - Q_0 = Q_2, \qquad Q'_1 + Q_0 = Q'_2.$$

Ich setze nun

$$a = \left(\frac{\varrho_0}{r}\right)^4, \qquad b = \left(\frac{\varrho_0}{\varrho}\right)^4$$

und

$$D = \frac{a}{l_0}\left(\frac{1}{l'_1} + \frac{1}{l'_2}\right) + \frac{b}{l_0}\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right) + \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)\left(\frac{1}{l'_1} + \frac{1}{l'_2}\right).$$

Die durch A fliessende Gesammtblutmenge sei $= Q'$. Dann ist

$$Q' = Q_1 + Q'_1 = Q_2 + Q'_2,$$

$$Q' = K\frac{p_1 - p_0}{l_1} r^4 + K\frac{p_1 - p'_0}{l'_1} \varrho^4.$$

Bildet man die Differenz $Q' - Q$, so erhält man nach Vornahme der erforderlichen Umformungen

$$Q' - Q = \frac{D \cdot \varrho_0^4 (p_1 - p_2)(l'_1 l_2 - l_1 l'_2)^2}{l_0 l_1 l_2 l'_1 l'_2 (l_1 + l_2)(l'_1 + l'_2)}$$

d. h. eine stets positive Grösse.

Durch das System A fliesst folglich bei derselben Druckdifferenz eine grössere Blutmenge als durch das entsprechende System B ohne das Verbindungsstück. J e d e A n a s t o m o s e z w i s c h e n 2 C a p i l l a r e n v e r m e h r t d a h e r d i e B l u t s t r ö m u n g.

Ich kehre noch einmal zu der Nebenschliessung zurück. Für dieselbe war die hindurchfliessende Blutmenge:

$$Q_1 = \frac{K(p_1 - p_2) r_1^4}{l_1 + l_2 + \frac{l'_1 l'_2}{l'_2 + l'_1 \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4}} = \frac{K(p_1 - p_2) r_1^4}{L}.$$

Es möge nun der Punkt, wo die Nebenschliessung beginnt, näher an ihren Endpunkt heranrücken, d. h. es soll l_1 um x zunehmen, l'_1 um x abnehmen. Dann fliesst jetzt die Menge Q'_1 hindurch, und zwar ist

$$Q'_1 = \frac{K(p_1 - p_2) r_1^4}{l_1 + x + l_2 + \frac{(l'_1 - x) l_2}{l'_2 + (l'_1 - x)\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4}} = \frac{K(p_1 - p_2) r_1^4}{L'}.$$

Es ergiebt sich nach den erforderlichen Umformungen

$$L' - L = \frac{x\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 \left\{ l'_1 \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 (l'_1 - x) + l'_2 (2l'_1 - x) \right\}}{\left\{ l'_2 + (l'_1 - x)\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 \right\} \left\{ l'_2 + l'_1 \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 \right\}},$$

d. h. es ist $L' - L > 0$ und folglich

$$Q'_1 < Q.$$

Ausserdem wird die Nebenschliessung, wenn ihre Endpunkte näher an einander rücken, ohne dass l'_2 abnimmt, eine stärkere Krümmung annehmen, wodurch Q'_1 neuerdings verkleinert wird.

Denken wir uns nun irgend eine von irgend einem Punkte der Arterie zu irgend einem Punkte der Vene verlaufende Capillare, und vertauschen wir dieselbe mit einer ebenso langen und ebenso weiten Capillare, die jetzt aber vom Endpunkte der Arterie zum Anfangspunkte der Vene führen soll, so wird dadurch die Blutmenge, welche durch das ganze System in der Zeiteinheit hindurchfliesst, vermindert. Verschieben wir auf diese Weise alle Capillaren so, dass sie immer den Endpunkt der Arterie mit dem Anfangspunkte der Vene verbinden, so haben wir das wirklich vorhandene System A auf ein neues System B mit geringerer Strommenge zurückgeführt.

Damit ist die S. 179 geforderte Zurückführung des allgemeinen, beliebig angeordneten Gefässsystems auf ein Wundernetz geleistet. Da für ein solches unser Gesetz gilt, so gilt es demnach allgemein für jede beliebige Anordnung der Gefässe.

Zugleich hat sich hierbei herausgestellt, dass die Anordnung der Capillaren in der Form des Wundernetzes diejenige ist, für welche die hindurchfliessende Blutmenge am geringsten ausfällt. Wenn dabei noch das Ende des zuführenden Gefässes unmittelbar neben dem Anfange des abführenden Gefässes liegt, so müssen die Capillaren eine maximale Krümmung annehmen, also die Blutmenge zu einem Minimum machen.

Eine derartige Gefässanordnung finden wir bekanntlich in den Malpighi'schen Knäueln der Niere. In denselben ist also die Gefässanordnung so getroffen, dass für die vorhandene Druckdifferenz zwischen Arteria und Vena renalis eine möglichst geringe Blutmenge durch einen Glomerulus hindurchfliesst. Da die Capillaren des Nierenlabyrinths u. s. w. erst aus den Vasa efferentia der Glomeruli entspringen, so muss alles Blut, nachdem es dieses erste, einen maximalen Widerstand verursachende System der Glomeruli durchströmt hat, noch ein zweites Capillarsystem durchfliessen. Die ganze Gefässanordnung der Niere ist folglich so beschaffen, dass der Widerstand der Blutströmung möglichst hoch wird, dass also für die vorhandene Druckdifferenz eine möglichst geringe Blutmenge durch das ganze Organ in der Zeiteinheit strömt. Um die Blutmenge zu erhöhen, ist der Widerstand in den Hauptstämmen sehr vermindert; Arteria und Vena renalis sind ganz ausserordentlich weite Gefässe. Der Hauptwiderstand, welchen das Blut antrifft, liegt in den Glomeruli. Bis zu diesen herrscht ein sehr hoher Gefässdruck, der im Vas efferens aber schon sehr stark absinkt. In den Kapseln herrscht somit ein sehr hoher, im Nierenlabyrinth, den Columnae Bertini u. s. w. dagegen ein sehr niedriger Blutdruck. Es lässt sich dies für die Ludwig'sche Theorie der Harnabsonderung verwerthen. Bekanntlich wird nach dieser Theorie in den Glomeruli verdünnter Harn aus dem Blute in den Kapselraum hinein ausgeschieden, während im Labyrinthe u. s. w. die Capillaren umgekehrt Wasser aus dem in den Harnkanälchen vorhandenen Harne zurück aufnehmen. Mit Rücksicht auf die Druckverhältnisse ist dies ganz wohl denkbar. Der Blutdruck in dem zweiten Capillarsysteme der Niere, im Labyrinthe, ist ungemein niedrig, niedriger als der des Urins in den Tubulis contortis u. s. w., hier wird also der Flüssigkeitsstrom in die Capillaren hineinführen [1]).

[1]) Das Gegenstück zu der Capillaranordnung in der Niere bildet die in der Leber. Hier finden wir eine ausserordentlich grosse Menge neben einander liegender Capillaren, welche durch ungemein reichliche Queranastomosen verbunden sind. Der vom Capillarsystem bereitete Widerstand ist hier mithin ein minimaler. Dem entsprechend sehen wir, dass eine verhältnissmässig sehr enge Arterie, die A. hepatica, ausreicht, um der Leber die hinreichende Menge arteriellen Blutes zuzu-

Bisher war immer nur eine einzige, sich unmittelbar in Capillaren auflösende Arterie betrachtet worden. Der allgemeine Fall, dass eine beliebige, sich beliebig verästelnde Arterie sich verengt oder erweitert, ist aber nach dem vorhergehenden sehr leicht zu erledigen.

Ist r der Radius eines beliebigen Arterienstammes, gleichgültig ob es sich um eine Endarterie oder eine mit anderen anastomosirende Arterie handelt, n die Anzahl der zu ihrem Gebiete gehörigen Capillaren — n so bestimmt, wie dies S. 162 auseinandergesetzt wurde — ϱ der mittlere Radius der Capillaren, so bewirkt die Verengerung der Arterie eine Verminderung der Blutströmung, ihre Erweiterung eine Vermehrung, sobald 1) die entsprechende Vene weiter ist als die Arterie und sobald 2)

$$n \geqq \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$$

ist. (Es ist dabei von dem Verkleinerungsfactor für die Krümmung der Capillaren, der, wie wir sahen, den Werth von n nur unbedeutend erhöhen würde, abgesehen worden.)

Ich untersuche nunmehr, was diese beiden Bedingungen bedeuten und ob sie im Gehirne erfüllt sind.

Die Bedingungen sind anatomischer Art, sie betreffen den Radius und die Zahl der Gefässe, sie sind dagegen unabhängig von der Herzthätigkeit u. s. w. Die physiologische Aufgabe ist damit auf eine anatomische zurückgeführt — ein Ziel, wie es die deductive Ableitung physiologischer Thatsachen verlangt. Speciell die Bewegung des Blutes soll aus der Form der Gefässe abgeleitet werden; für das Gehirn ist durch die obige Ableitung diese Forderung erfüllt.

Dass die Vene weiter ist, als die entsprechende Arterie, ist ein allgemeines, mit wenig Ausnahmen für den ganzen Körper geltendes Gesetz. Speciell für das Gehirn sind die Jugularvenen weiter, als die Carotiden und Vertebrales zusammengenommen. An mikroskopischen Gehirnpräparaten sieht man auch sofort, dass die Venen weiter sind, als die Arterien. Wir können daher ohne weiteres die Bedingung $r < \varrho_0$ als erfüllt annehmen.

Ich finde z. B. in einem injicirten Präparate aus dem Thalamus opticus eine Vene von der Breite $0{,}12\,\text{mm} = 2\varrho_0$, die grösste in der Nachbarschaft befindliche Arterie dagegen nur

führen. Die zugeführte Blutmenge wächst noch dadurch, dass der Druck in der Vena hepatica sehr niedrig, somit die Druckdifferenz $P - P'$ sehr hoch ist.

0,03 mm $= 2r$ breit. Es ist also $\frac{r}{\varrho_0} = \frac{1}{4}$. Der Unterschied zwischen r und ϱ_0 ist so bedeutend, dass der Einfluss des Factors $\sqrt[4]{\mu_0}$ für die Krümmung gleichgültig ist. An einer anderen Stelle des Thal. opt. ist $2r = 0{,}0135$ mm, $2\varrho_0 = 0{,}0486$, $\frac{r}{\varrho_0} = \frac{5}{18}$.

Im Pedunculus messe ich an einer Stelle $2\varrho_0 = 0{,}054$ mm, die breiteste Arterie in der Umgebung mit 0,027 mm, hier ist also $\varrho_0 = 2r$.

Im Pons und Corpus striatum liegen die Verhältnisse entsprechend.

Es handelt sich demnach nur noch um die andere Bedingung

$$n \geqq \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3.$$

Es ist bekannt, dass der Querschnitt des ganzen Gefässsystems von der Aorta bis zu den Capillaren beständig wächst. Die Summe der Querschnitte aller Capillaren ist folglich grösser, als der Querschnitt der Arterie. Es folgt daraus

$$n\varrho^2 > r^2,$$

$$n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^2.$$

In unserer Formel steht jedoch die dritte Potenz. Ist z. B. $r = 5\varrho$, wie man dies im Gehirne stellenweise antrifft, so müsste

$$n \geqq 125$$

sein, d. h. die Arterie müsste sich in mindestens 125 Capillaren auflösen, also in eine recht beträchtliche Anzahl, während die sicherlich erfüllte Bedingung $n\varrho^2 > r^2$, für n nur den Werth $n = 25$ ergeben würde.

Es ist nun der Gesammtquerschnitt der Capillaren nach gewöhnlicher Annahme (Landois, Physiologie § 95) 500mal grösser, als der Querschnitt der Aorta. Rechnet man den Durchmesser einer Capillare als etwas grösser, als den eines weissen Blutkörperchen, also etwa $= 10\mu = 0{,}01$ mm, so kommen auf die Fläche eines Quadratmillimeters die Zahl von 10000 Capillaren, auf die eines Quadratcentimeters die Zahl von 1000000 Capillaren. Als Querschnitt der Aorta kann man 6 Quadratcentimeter annehmen; darnach würde sich die Gesammtzahl der Capillaren des grossen

Kreislaufs auf 3 000 000 000 belaufen. Mithin ist

$$n = 3\,000\,000\,000,$$

2ϱ war $= 0{,}01$ mm. Für den Radius r der Aorta erhält man

$$r = 13{,}82 \text{ mm}.$$

Darnach ist

$$\left(\frac{r}{\varrho}\right) = 2764$$

und

$$\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 21\,000\,000\,000.$$

Für den Körper als Ganzes ist die gefundene Bedingung somit keineswegs erfüllt.

Das hindert aber nicht, dass sie für kleinere Gebiete erfüllt ist. Denn der Umstand, dass sie für die Aeste einer Arterie gilt, bedingt noch nicht, dass sie für den Stamm selbst erfüllt ist, wie sich sehr einfach zeigen lässt, wenn man die dritten Potenzen der Radien der einzelnen Aeste addirt.

Ist nehmlich

$$a + b + c + \cdots = A,$$

so ist

$$a^3 + b^3 + c^3 + \cdots < A^3.$$

Ist also

$$n_1 > a^3, \quad n_2 > b^3, \quad n_3 > c^3 \text{ u. s. w.},$$

so ist keineswegs damit nothwendigerweise

$$n_1 + n_2 + n_3 + \cdots > A^3.$$

Umgekehrt gilt allerdings der Satz, dass die Bedingung $n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ für die Einzeläste erfüllt ist, sobald sie für den Hauptstamm besteht.

Nach Donders (citirt bei Landois, Physiologie § 95) ist nun der Strom in den kleinen zuführenden Arterien immer noch 10mal schneller, als in den Haargefässen. Folglich muss die Summe der Querschnitte aller von dieser Arterie ausgehenden Capillaren 10mal grösser sein, als der Querschnitt der Arterie, d. h. es ist nach Donders

$$n\varrho^2 = 10r^2.$$

Setzen wir wieder $r = 5\varrho$, so giebt dies

$$n\varrho^2 = 10 \cdot 5^2 \cdot \varrho^2 = 250\varrho^2,$$

$$n = 250.$$

Hiernach würde somit unsere Bedingung erfüllt sein.

Diese Donders'schen Angaben beziehen sich jedoch nur auf solche Organe, in welchen man die Blutströmung direct beobachten kann, und auf Thiere. Wie weit sie für das Gehirn, insbesondere für das des Menschen gelten, ist damit nicht gesagt. Es bedarf mithin einer unmittelbaren Untersuchung des Gehirns, ob und wie weit die gefundene Bedingung erfüllt ist.

Für die übrigen, nicht in starrwandigen Höhlungen eingeschlossenen Organe ist, soweit ich darüber Angaben und Abbildungen in Lehrbüchern, z. B. bei Frey (Mikroskop), Ranvier (Traité technique d'histologie) fand, und soweit ich dies nach in meinem Besitze befindlichen Präparaten selbst feststellen konnte, die Zahl der Capillaren so gross, dass die Bedingung $n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ durchweg als erfüllt angenommen werden kann. Es giebt überall ganz ausserordentlich viele Capillaren. So zähle ich z. B. in einem Präparate aus der Schleimhaut eines normalen Magens im Verticalschnitte (senkrecht zur freien Fläche der Schleimhaut) 23 Capillaren von der Breite 0,005 mm[1]) auf 1 Arterie von der Breite 0,019 mm. Für diesen Magen, in welchem dabei nur die sich zwischen den Drüsen hinziehenden Capillaren, nicht die der Submucosa, welche denselben Arterien entstammen, gezählt wurden, ist also $\frac{r}{\varrho} < 4$, $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 < 64$, während die für das cubisch gedachte Organ berechnete Zahl der Capillaren $n = 23^2 = 329$ ergiebt.

Ein Analogieschluss für die in unausdehnbaren Höhlen eingeschlossenen Organe ist damit jedoch noch nicht zulässig. Für diese muss die Zahl der Capillaren besonders ermittelt werden.

Ueber die hierbei in Betracht kommenden Verhältnisse des Knochenmarks habe ich nirgends genaue Angaben gefunden, ebenso wenig über das innere Ohr; ich muss es also für diese Organe dahingestellt sein lassen, ob die Bedingung $n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ erfüllt ist, ob also arterielle Hyperämie durch Erweiterung der

[1]) Schrumpfung in Folge Härtung im Alkohol. Man kann aber annehmen, dass die Schrumpfung Arterien und Capillaren in gleicher Weise schmäler macht, so dass man also $\frac{r}{\varrho}$ hiernach bestimmen kann.

Arterien oder, wie Geigel dies will, durch Verengerung zu Stande kommt. Es ist ein Umstand vorhanden, der es mir nicht ganz unwahrscheinlich erscheinen lässt; dass in der That die Regulirung der Blutzufuhr im Knochenmarke anders erfolgt, als in den übrigen Organen: Jede Wunde, welche die Markhöhle eines Knochens eröffnet, führt bekanntlich zur Bildung eines myelogenen Callus, d. h. es tritt an die Stelle des Knochenmarks ein Gewebe wesentlich anderer Art. Wir können uns immerhin vorstellen, dass bei unverletztem Knochen arterielle Hyperämie im Marke durch Arterienverengerung entsteht; bei geöffneter Markhöhle muss dann aber eine Arterienverengerung arterielle Anämie herbeiführen; es würde somit eine Umkehrung in den Gesetzen der Blutzufuhr eintreten; da wir thatsächlich eine wesentliche Aenderung im Verhalten des Markgewebes antreffen, so ist eine derartige Umkehrung nicht von vorn herein ausgeschlossen. Doch dies sind Vermuthungen, welche der sicheren anatomischen Grundlage entbehren, auf die ich daher nicht näher eingehen will. Die Untersuchung guter Injectionspräparate erweist vielleicht, dass auch das Knochenmark die hinreichende Anzahl von Capillaren hat.

Beim Auge liegen genauere Untersuchungen über die Gefässanordnung vor. Sie finden sich im II. Theile des Handbuches der Augenheilkunde von Gräfe-Sämisch (der betreffende Abschnitt ist von Leber geschrieben). Das hier (S. 310) vorhandene Bild der Netzhautgefässe ergiebt die Anwesenheit von 30 Capillaren von der Breite 0,006 mm auf eine 4mal so breite Arterie. Es ist also $\frac{r}{\varrho} = 4$, $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 64$. Nun ist die Retina eine Membran; leider ist im Texte nicht angegeben, ob die Zeichnung einem Schnitte oder der in toto abgezogenen Haut entspricht; wenn letzteres anzunehmen wäre, so würde $n = 30 < \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ sein, die Bedingung also nicht erfüllt sein. Die in Frey, Mikroskop unter Fig. 257 abgebildete Zeichnung der Netzhautgefässe ergiebt 28 Capillaren auf 1 Arterie und $\frac{r}{\varrho} = 3$, also $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 27 < 28$. Hier würde die Bedingung daher erfüllt sein. Die Zahl ist aber so unbedeutend grösser als $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$, dass Beobachtungsfehler nicht ausgeschlossen sind. Ich muss es folglich dahingestellt sein lassen, ob für die menschliche Retina die Bedingung $n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ besteht. Für den Uvealtractus ist sie erfüllt. Das Bild der Chorioidealgefässe S. 318 bei Gräfe-Sämisch ergiebt $n > 30$ und $\frac{r}{\varrho} = 3$, also $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 27$.

Was nun das Gehirn selbst betrifft, so suchte ich vergeblich in der Literatur nach Angaben und Zeichnungen, aus denen ich ein Urtheil über die Anzahl der Capillaren hätte gewinnen können. Möglicherweise hätten etwaige genaue Zeichnungen des Capillarsystems auch noch kein sicheres Urtheil erlaubt, ebenso wenig wie bei der Netzhaut. Die Abzählung aller zu einer Arterie gehörigen Capillaren ist eben ein neues Untersuchungsprincip, das Berücksichtigung des ganzen Gebietes der Arterie voraussetzt, will man nicht zu falschen Ergebnissen gelangen.

Durch die Zuvorkommenheit des Herrn Professor E. Mendel und seines Assistenten, Herrn Dr. Kronthal, wurde ich in Stand gesetzt, wenigstens für einige Hirntheile festzustellen, ob die Bedingung besteht. Ich benütze diese Gelegenheit, beiden Herren meinen Dank für ihre grosse Freundlichkeit auszusprechen. Es wurden mir von ihnen aus zwei mit Berliner Blau von einer Art. vertebralis aus injicirten Hirnstämmen Stücke zur Verfügung gestellt. Aus einem Gehirne entnahm ich Stücke vom Corpus striatum, dem Pedunculus cerebri und dem Pons, aus dem anderen ein Stück des Thalamus opticus. (Bei den übrigen Stücken erschien makroskopisch die Injection misslungen.) Man kann nun gegen diese Untersuchung immer einwenden, dass in der Leiche und besonders nach Herausnahme des Gehirns aus dem Schädel ganz andere Druckverhältnisse herrschen, als während des Lebens, dass also die Messungen der Gefässweiten zu unrichtigen Ergebnissen führen können. Eine weitere Fehlerquelle entspringt aus der Härtung in Alkohol u. s. w. Trotz alledem erhält man auf diese Weise wenigstens ein Urtheil darüber, ob die Anzahl n der Capillaren genügend gross ist.

In der That stellte sich in den von mir untersuchten Stücken heraus, dass die Zahl der Capillaren den durch Messung festgestellten Werth von $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ so sehr übertrifft, dass die möglichen Beobachtungsfehler dadurch ausgeglichen erscheinen. Auch wenn man alle Fehlerquellen berücksichtigt, ist n genügend gross, um behaupten zu können, dass unsere Bedingung in den untersuchten Theilen erfüllt ist.

Zunächst erwiesen sich die Venen durchweg als weiter, als die entsprechenden Arterien.

Die Capillaren waren gut injicirt überall mit Ausnahme des Pons, wo beträchtliche Gefässzerreissungen stattgefunden hatten, und nur stellenweise die Capillaren von der Injectionsmasse erfüllt waren. Im Allgemeinen kann man jedenfalls annehmen, dass noch mehr Capillaren vorhanden sind, als das Präparat aufweist, da gewiss immer eine Anzahl Haargefässe nicht von der Injectionsmasse erfüllt wird. Man sieht z. B. in Fig. 7, welche aus der Haube des Pedunculus stammt, neben Bezirken, wo die Capillaren sehr dicht liegen, solche mit sehr wenig Gefässen; da man wohl annehmen darf, dass die Capillaren ziemlich gleichmässig vertheilt sind, so muss man folgern, dass die letzteren Stellen nicht alle vorhandenen Gefässschlingen aufweisen. Die Zahl, welche man für n durch Abzählung findet, ist daher sicher zu klein; etwaige Beobachtungsfehler können somit nur dahin wirken, dass n zu klein angegeben wird. Es stellte sich dabei überall heraus, dass n ganz ausserordentlich gross ist, dass eine ganz ungeheure Anzahl von Capillaren im Gehirn vorhanden ist.

In dem schlecht injicirten Pons trat dies noch nicht so offenkundig hervor. Hier fand ich die in der folgenden Tabelle enthaltenen Werthe.

Breite der Arterien $= 2r$	Breite der Capillaren $= 2\varrho$	$\frac{r}{\varrho}$	$\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$	$\sqrt{n}$	n
16,2 μ	5,4 μ	3	27	18	324
13,5	5,4	2,5	16	10	100
35,1	8,1	4,33	81	18	324
21,6	6,8	3,2	40	7	49
24,3	5,4	4,5	91	26	676
45,9	5,4	8,5	614	42	1764

$\sqrt{n}$ ist die unmittelbar abgezählte Anzahl der Capillaren im Präparate selbst, n die daraus berechnete Zahl für das ganze Arteriengebiet.

Selbst für den schlecht injicirten Pons ist die Zahl der Capillaren durchweg so sehr gross, dass der Bedingung vollkommen genügt ist; und zwar gilt dies gleichmässig für kleinste und für grössere Arterien.

In den anderen Theilen, in welchen die Injection besser gelungen ist, wird n noch grösser. Es zeigte sich hier, dass grössere Stellen im Präparate nur Capillaren, gar keine Arterien aufwiesen. Fig. 5, eine nur Nervenfasern enthaltende Stelle des Corpus striatum entnommen, zeigt z. B. wie eine kleine Arterie von zahlreichen Capillaren umsponnen ist. An dieser Stelle ist $2r = 14\mu$, $2\varrho = 5{,}4\mu$, $\frac{r}{\varrho} = 3$, $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 27$, $\sqrt{n} = 10$, $n = 100$.

In Fig. 6, die ebenfalls dem Corpus striatum entnommen ist, sind 3 Arterien von der Breite $2r = 13{,}5\mu$ von Capillaren umsponnen. Es ist $\frac{r}{\varrho} < 4$, also $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 < 64$. Für $\sqrt{n}$ ergiebt die Abzählung auf der Linie a . . . b den Werth 13, also $n = 169$.

Im Fusse des Hirnschenkels verlief an einer Stelle eine ziemlich breite Arterie mit $2\varrho = 35{,}1\mu$. Die Breite der Capillaren war $2\varrho = 5{,}4\mu$, also $\frac{r}{\varrho} = 6{,}5$, $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 275$. Für $\sqrt{n}$ ergab sich 59, zu der Arterie gehören also nicht weniger als 3481 Capillaren. In Fig. 7, welche einer Stelle aus dem medialen Theile der Haube entnommen ist, sieht man eine Arterie von einem ausserordentlich dichten Capillarnetze umsponnen. 2r ist hier $= 38\mu$. Die breiteren Stämmchen in dem Capillarnetze haben keine Ringmusculatur, sind also keine Arterien, sondern wohl als Venenursprünge aufzufassen. Die schmalsten Capillaren ergeben $2\varrho = 5{,}4$, folglich $\frac{r}{\varrho} = 7$, $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 343$. Für n erhält man, bei ungünstigster Abzählung $\sqrt{n} > 28$, somit $n > 764$!

An einer Stelle im Thalamus opticus fand sich eine $40{,}5\mu$ breite Arterie von 43 Capillaren von der Breite $5{,}4\mu$ umgeben; es ist also hier $\frac{r}{\varrho} = 7{,}5$, $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 = 422$, $n = 1849$.

Für die von mir untersuchten Theile stellte sich mithin die Bedingung als erfüllt heraus.

Ich bin überzeugt, dass auch die übrigen Hirntheile und jedes andere Gehirn den beiden Bedingungen

$$n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3, \qquad \varrho_0 > r$$

genügen. — Durch den von mir aufgestellten Satz ist die ganze Frage der Blutversorgung des Gehirns aus einer physiologischen zu einer beschreibend-anatomischen geworden. Es ist ja möglich, dass es sich in den von mir untersuchten Stücken nur zufällig so verhielt, dass $n > \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ war. Die allgemeine Erfüllung dieser Bedingung stimmt aber so sehr zu unseren sonstigen Erfahrungen von der Menge der Capillaren, dass ich nicht zweifle, dass das Gehirn so reich an Haargefässen ist, dass der Bedingung überall genügt ist. Ist dies der Fall, so giebt es im Gehirne eine arterielle Hyperämie, die auf demselben Wege zu Stande kommt, wie in jedem beliebigen anderen Organe; das Mittel, durch welches diese Uebereinstimmung des Gehirns mit den anderen Organen herbeigeführt ist, ist überaus einfach; überdies ist die erforderliche Capillarmenge in anderen Organen nachgewiesenermaassen vorhanden; endlich wird dieses Mittel von einer etwaigen Eröffnung des Schädels in keiner Weise beeinflusst — alles Gründe, um die Annahme gerechtfertigt erscheinen zu lassen, dass für das normale Gehirn die Zahl der Haargefässe den erforderlichen Werth erreicht.

Ich nehme daher an, dass thatsächlich — was ich für den Hirnstamm unmittelbar nachgewiesen habe — unter normalen physiologischen Verhältnissen im ganzen Schädelinnern die Venen weiter sind, als die entsprechenden Arterien, und dass die Anzahl der Capillaren den erforderlichen Werth erreicht.

Es bewirkt alsdann unter normalen Verhältnissen die Verengerung einer beliebigen Hirnarterie stets Verminderung der Blutzufuhr, also arterielle Anämie, eine Erweiterung dagegen Vermehrung der Blutzufuhr, also arterielle Hyperämie. Vorausgesetzt ist dabei, dass der Druckunterschied zwischen Arterie und Vene unverändert bleibt. Proportional mit ihm verändert sich auch die Blutzufuhr. Erhöhung des Carotidendruckes ohne Aenderung des Druckes in der Vena jugularis bewirkt dann einerseits Erhöhung dieser Druckdifferenz, andererseits Erweiterung der Carotisäste, durch beide Momente demnach Vermehrung der Blutströmung. Allgemeine Herabsetzung des Blutdruckes, z. B. bei Blutverlust, wobei bekanntlich Contraction aller Arterien eintritt, bewirkt im Gehirne Herabsetzung der Druckdifferenz und zugleich Verengerung der Arterien, somit Verminderung der Blutströmung, arterielle Hirnanämie — alles ganz wie im übrigen Körper, und unbeeinflusst von einer etwaigen Eröffnung der Schädelhöhle. Der systolischen Erhöhung des Aortendruckes entspricht eine Erweiterung der Hirngefässe, damit pulsatorische Beschleunigung der Blutströmung im Gehirne. Hier zeigt sich jedoch ein Unterschied, ob der Schädel offen oder geschlossen ist. Bei offenem Schädel zeigt das Gehirn pulsatorische Volumszunahme, entsprechend der Arterienerweiterung; bei geschlossenem fällt die Volumszunahme fort; es kommt nur die pulsatorische Beschleunigung der Blutströmung zu Stande. Einen wirklichen Puls, d. h. einen Stoss, liefert das Gehirn im geschlossenen Schädel also nicht, sondern nur eine vermehrte Strömung. Der Abfluss aus den Venen muss entsprechend auch rhythmische Beschleunigung und Verlangsamung erfahren, was bekanntlich der Fall ist.

Bei der Erweiterung der Arterie und der compensatorischen Verengerung der Capillaren wächst nun das Verhältniss $\frac{r}{\varrho}$ beständig. Es wird daher schliesslich dazu kommen, dass $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3 < n$ wird. Von nun an bewirkt eine fernere Erweiterung der Arterie keine vermehrte Blutströmung, sondern im Allgemeinen eine Verminderung der Blutzufuhr. Da unter normalen Verhältnissen, d. h. wenn die Arterie eine mittlere Weite hat, wie wir sahen, n bedeutend grösser als $\left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ ist, so gehört eine recht beträchtliche Erweiterung der Arterie dazu, um den Werth des Bruches $\frac{r}{\varrho}$ in genügendem Maasse anwachsen zu lassen. Nur extreme Grade der Arterienerweiterung führen folglich zu arterieller Anämie. Rückwärts von diesen bewirkt natürlich die wieder eintretende Verengerung der Arterie Vermehrung der Blutzufuhr, also Hyperämie.

Die arterielle Hyperämie des Gehirns hat somit ein bestimmtes Maximum; sobald dieses Maximum erreicht ist, bewirkt jede fernere Arterienerweiterung Gehirnanämie mit ihren Folgen.

Würden wir diesen Arterienzustand, bei welcher die Blutströmung einen maximalen Werth annimmt, zur Grundlage der ganzen Betrachtung wählen — was wir nicht dürfen, da wir damit das Gebiet des Physiologischen verlassen — so würde das von Althann (vergl. S. 148) aufgestellte Gesetz richtig sein, es würde jede Verengerung und jede Erweiterung der Arterien Hirnanämie zur Folge haben. Bei zunehmender Verengerung, mit abnehmendem $\frac{r}{\varrho}$, würde sich aber das Gesetz ändern. Die Gestalt, welche Althann dem Gesetze der Blutversorgung gegeben hat, reicht eben — abgesehen von der ungenügenden Ableitung — nicht aus, um alle Fälle zu berücksichtigen.

Es ist ganz offenbar, dass wir diesen maximalen Werth der Blutströmung nicht als physiologisch betrachten können; das Physiologische erlaubt den Organen immer einen Spielraum nach beiden Seiten hin, da der Körper wechselnden Anforderungen genügen muss.

Das Geigel'sche Gesetz der Blutversorgung des Gehirns wird erst dann gültig, wenn die Arterienerweiterung noch über den Werth jener maximalen Blutzufuhr hinausgeht, $\frac{r}{\varrho}$ also noch mehr wächst. Jetzt tritt eine in meiner Formel enthaltene Umkehr des Gesetzes ein; von nun an bewirkt jede neue Arterienerweiterung Verminderung, die Arterienverengerung aber zunächst Vermehrung der Blutzufuhr.

Für pathologische Verhältnisse kann folglich Geigel's Satz Gültigkeit erlangen, im Gebiete des Physiologischen hört aber seine Gültigkeit auf.

Unter normalen Verhältnissen kommt somit die Regelung der Blutströmung im Gehirne ganz auf dieselbe Weise zu Stande, wie in anderen Organen. Dieselben Mittel, welche sonst Hyperämie oder Anämie bewirken,

z. B. Hitze oder Kälte, bewirken dies auch im Gehirne. Die Theorie verlangt aber, dass in Fällen, wo wir eine sehr hochgradige Erweiterung der Arterien annehmen müssen, Zeichen der Hirnanämie eintreten, dass die zuerst vorhandenen Zeichen der Hyperämie allmählich denen der Anämie Platz machen. Das stimmt durchaus zu bekannten klinischen Erfahrungen. Bei Meningitis u. s. w. sehen wir zuerst Reizungserscheinungen, dann Lähmung. Dies wird uns leicht verständlich, wenn wir daran denken, dass bei Entzündungen sich die Gefässe erweitern. Zuerst entsteht wahre entzündliche Hyperaemia cerebri, wobei Reizung bemerkbar wird; nun erweitern sich aber die Gefässe immer mehr, und es muss nunmehr Anämie eintreten, auch ohne dass die Gefässe durch ein entzündliches Exsudat zusammengepresst werden. — Aehnliches gilt beim Fieber. Es wird uns verständlich, wieso beim Fieber, bei starkem Blutandrange zum Gehirne, Erregungs- und Lähmungszustände im Hirn abwechseln können; ist die Gefässerweiterung in Folge erhöhten Blutdrucks bereits so stark, dass die vermehrte Blutzufuhr als Reiz wirken kann, so genügt eine nicht allzu bedeutende fernere Arterienerweiterung, um aus der Hyperämie plötzlich eine Anämie zu machen. Ein Kältereiz, der die extrem erweiterten Gefässe zur Zusammenziehung bringt, wird jetzt im Sinne einer Vermehrung der Blutzufuhr wirken.

Während in dieser Weise die maximale Arterienerweiterung eine Störung in der cerebralen Blutströmung zur Folge hat, ist eine Störung noch nach einer anderen Richtung hin möglich. Wir sahen, dass die Regulirung der Blutzufuhr von der Anzahl der Capillaren abhängt. Denken wir uns nun einen beträchtlichen Theil der Capillaren verödet, also einen ähnlichen Zustand im Gehirne, wie er in der Niere bei seniler oder arteriosklerotischer Schrumpfung zu Stande kommt.

In den übrigen Organen bewirkt eine solche Verödung vieler Capillaren lediglich die Störungen, welche Anämie überhaupt mit sich bringt, d. h. mangelhafte Ernährung. Die Functionen des Organs leiden dabei nur der Quantität, nicht der Qualität nach. Eine Ausnahme hiervon macht freilich bereits die Niere. Bei der Verödung eines Glomerulus tritt (Ziegler, Lehrb. der path. Anat. § 525) entweder der Fall ein, dass das Vas afferens sein

Blut unmittelbar in's Vas efferens abgiebt, oder auch das Vas afferens wird verschlossen und die Capillaren der Marksubstanz erhalten ihr Blut unmittelbar aus den Nierenarterien. In beiden Fällen muss es zu einer Steigerung des capillaren Blutdrucks in der Marksubstanz und im Nierenlabyrinth u. s. w. kommen; der Blutdruck in den die Harnkanälchen umspinnenden Capillaren wächst also, während andererseits in Folge der Verödung von einer Anzahl der Glomeruli der Druck des in den Harnkanälchen vorhandenen Secrets abnimmt. Die Folge ist, dass der rückwärts von den Harnkanälchen in die Capillaren gehende osmotische Strom abnimmt, der Harn somit weniger, als bei gesunder Niere, concentrirt wird. Die Verödung der Glomeruli bedingt demnach die Absonderung eines verdünnten Harns, d. h. eine qualitative Aenderung in der Function der Niere.

Was wird nun beim Gehirne eintreten, wenn ein beträchtlicher Theil der Capillaren zu Grunde geht, wenn also n so weit abnimmt, dass $n < \left(\frac{r}{\varrho}\right)^3$ wird?

Es wird dann eine Erweiterung der Arterien nicht mehr nothwendig eine vermehrte Blutzufuhr zur Folge haben, sondern im Allgemeinen eine Verminderung; und umgekehrt bewirkt jetzt Verengerung der Arterien im Allgemeinen eine Vermehrung der Blutströmung.

Nun hat Mosso[1]) an Individuen mit grossen Defecten des knöchernen Schädeldaches, welche ein anscheinend normal functionirendes Gehirn besassen, gezeigt, dass mit der geistigen Thätigkeit stets eine Vergrösserung des Gehirnvolumens, also eine Hyperämie verbunden ist. Dies konnte bei seinen Versuchspersonen nur durch eine Erweiterung der Arterien zu Stande kommen. Wir werden also annehmen, dass bei normal arbeitendem Gehirne jede geistige Thätigkeit mit Erweiterung der Arterien verbunden ist. Nach dem Obigen ist dies ja auch bei geschlossenem Schädel durchaus möglich. Sobald aber ein beträchtlicher Theil der Capillaren verödet ist, ist das nicht mehr möglich. Da wird zwar nach wie vor mit der geistigen Thätigkeit eine Erweiterung der Arterien verbunden sein; diese führt

[1]) A. Mosso, Ueber den Kreislauf des Blutes im menschlichen Gehirne. Leipzig 1881.

nun aber nicht mehr Hyperämie, sondern Anämie herbei. Es wird daher jetzt eine geordnete geistige Thätigkeit wie beim gesunden Gehirne gar nicht möglich sein.

Die Verödung der Capillaren bedeutet also nicht blos eine Ernährungsstörung, sondern der ganze Ablauf der Hirnthätigkeit wird auch in qualitativer Beziehung vollkommen gestört. Das bekannte Gesetz, dass ein arbeitendes Organ vermehrte Blutzufuhr erhält, ist nun umgestossen; mit der vermehrten Thätigkeit ist Verminderung der Blutzufuhr verbunden, eine wirkliche, nicht sofort wieder aufhörende Arbeit damit unmöglich gemacht. — Es ist wohl denkbar, dass bei manchen Geisteskrankheiten eine solche Verödung der Capillaren eine gewisse Rolle spielt. Ob es wirklich der Fall ist, darüber fehlen mir die Kenntnisse, ich habe hier nur die theoretische Möglichkeit abgeleitet. Denkbar ist es ja auch, dass nicht blos die einigermaassen längere Zeit beanspruchende Hirnthätigkeit dabei unmöglich wird, sondern dass auch die logische Verknüpfung der Vorstellungen dabei leidet.

Fasse ich die ganze Theorie noch einmal kurz zusammen, so gilt also Folgendes:

Die Regelung der Blutzufuhr zum Gehirne erfolgt unter physiologischen Verhältnissen ganz in derselben Weise, wie bei den übrigen Organen, d. h. Erweiterung der Arterien bewirkt Vermehrung, Verengerung dagegen Verminderung der Blutströmung. Jede venöse Stauung bewirkt arterielle Anämie. Jede acute Compression des Gehirns, z. B. durch einen in die Schädelhöhle eingedrungenen Fremdkörper bewirkt arterielle Anämie. Eine gewisse Grenzen überschreitende Erweiterung der Arterien, bedingt z. B. durch einen Entzündungsreiz, bewirkt arterielle Anämie. Verödung von Capillaren in ausgedehntem Betrage bewirkt eine Umkehrung in der Art und Weise der Blutregulirung, indem jetzt die Erweiterung der Arterien Anämie, ihre Verengerung Hyperämie zur Folge hat.

So lange es sich folglich nur um physiologische Verhältnisse handelt, um die Aenderungen im Arterienvolumen, welche den physiologischen Schwankungen des Blutbedarfs entsprechen, ist der Umstand, dass das Gehirn von einer festen, unnachgiebigen Kapsel umschlossen ist, von unwesentlicher Bedeutung; sein Einfluss wird durch die Menge der Capillaren eliminirt. So lange wir uns auf dem Gebiete des Physiologischen bewegen, ist es daher ziemlich gleichgültig, welche Vorstellung wir uns von den Druckschwankungen im Gehirne, von der Bewegung des Liquor cerebrospinalis u. s. w. machen, die Regulirung der Blutströmung erfolgt durchaus nach denselben Gesetzen, welche Vorstellung wir auch zu Grunde legen. Die absoluten Zahlen ändern sich freilich, es ist um dieselbe Vermehrung der Blutzufuhr zu erreichen, im Gehirne eine relativ grössere Zunahme des Durchmessers der Arterien nöthig, als in anderen Organen, das Princip aber, dass Erweiterung der Arterien Hyperämie, Verengerung Anämie bedingt, gilt unverändert auch für das Gehirn. Eine Aenderung tritt erst ein unter pathologischen Verhältnissen; alsdann zeigen sich im Gehirn Störungen der Blutströmung ganz besonderer Art, wie wir sie in anderen, nicht von fester Kapsel umschlossenen Organen nicht antreffen.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel V.

Fig. 1—4. Verschiedene Gefässschemata. Erklärung s. im Texte der Arbeit.

Fig. 5. Arterie und Capillaren einer ganglienzellenlosen Stelle des Corpus striatum. Injection mit Berliner Blau; Färbung mit Alauncarmin. Vergr. 75. Die Pfeile geben die Richtung der Nervenfasern an. Der Durchmesser der Arterie schwankt von 0,0081—0,014 mm, der der Capillaren von 0,0027—0,0054 mm. Rothe Blutkörperchen im selben Präparate messen 0,004 mm. Es ist demnach eine beträchtliche Schrumpfung eingetreten.

Fig. 6. 3 von ihren Capillaren umgebene kleinste Arterien aus einer Stelle des Corpus striatum (ohne Ganglienzellen). Vergr. 60. Injection mit Berliner Blau. Färbung mit Alauncarmin und Eosin. Durchmesser der Arterien 0,0135 mm, der Capillaren 0,0027—0,0054 mm.

Fig. 7. Eine breitere Arterie mit ihren Capillaren aus dem medialen Theile der Haube. Vergr. 50. Injection mit Berliner Blau; Färbung mit Alauncarmin und Eosin. Durchmesser der Arterie 0,038 mm, der Capillaren 0,0054—0,01 mm.